

Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Профиль подготовки: Физика микромира

ПОИСК ВЫСОКОСПИНОВЫХ РЕЗОНАНСОВ В СИСТЕМЕ $\pi^- \pi^+ \pi^0$

(БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА)

Студент:

Нигоян Артем Васильевич

(подпись студента)

Научный руководитель:

Хохлов Юрий Анатольевич,
к. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.

(подпись научного руководителя)

Протвино
2019

Аннотация

В данной работе проведен анализ резонансной структуры системы $\pi^-\pi^+\pi^0$ в реакции

$$\pi^- + N \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^0 + N' \quad (1)$$

при $p_{\pi^-}^{beam} = 29$ ГэВ/с с использованием техники парциально-волнового анализа на основе данных, полученных на установке *BES*. Вычислены сечения рождения η , ω , a_2 и ω_3 в данной реакции. Основное внимание уделено высокоспиновым резонансам. Приведены результаты измерения массы и ширины резонанса ω_3 с $N(\omega_3) \sim 450$ тыс. событий. Поставлено ограничение на сечения рождения ω_5 и a_4 в исследуемой реакции.

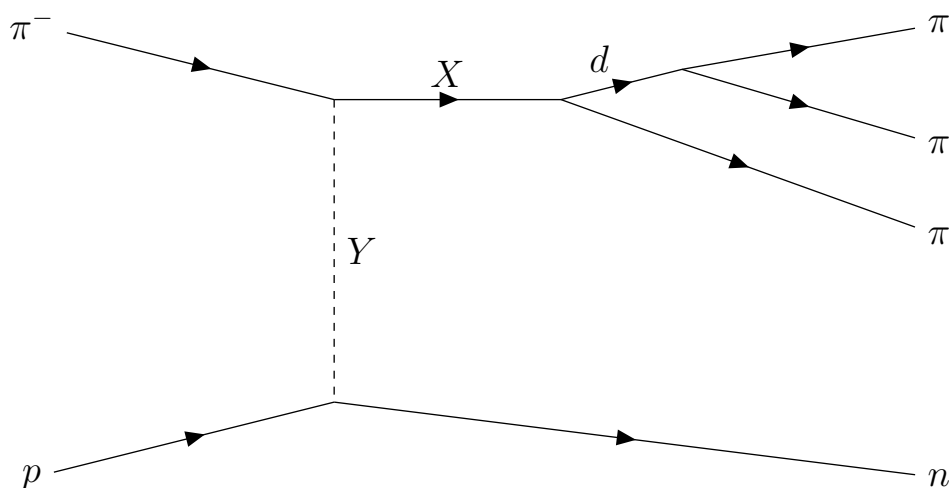


Рис. 1: Диаграмма изучаемого процесса.

Все π -мезоны, являющиеся продуктами реакции, имеют разные заряды

Благодарность

Выражаю огромную благодарность Хохлову Юрию Анатольевичу за чуткое руководство, а также Шумакову Антону Анатольевичу за обсуждение хода работы и помощь в освоении программного комплекса, использованного в анализе.

Содержание

1	Введение	6
2	Экспериментальная установка	8
2.1	Общее описание	8
2.2	Характеристики пучка	10
3	Отбор событий	11
3.1	Информация о данных, использованных в ходе анализа, и предварительные отборы	11
3.2	Типы отборов	11
3.3	Результаты отборов	13
3.4	Описание процедуры 1C-fit для уточнения импульса π^0	15
4	Парциально-волновой анализ системы из трёх частиц. Общие положения	17
4.1	Формализм ПВА. Переход к описанию в специальном базисе состояний	17
4.2	Упрощающие предположения и переход к изобарной модели	23
4.3	Описание процедуры нахождения матрицы плотности путем максимизации функции правдоподобия	24
5	Система $\pi^-\pi^+\pi^0$: программная реализация и особенности анализа	27
5.1	Детализация вида функций, соответствующих волнам	27
5.1.1	Модификация базиса состояний для изучения системы $\pi^-\pi^+\pi^0$: введение изоспина в набор квантовых чисел волн	27
5.1.2	Список используемых в анализе изобар и их параметризации	29
5.1.3	Список волн	30
5.2	Программная реализация анализа	30
5.2.1	Описание основного комплекса программ	30
5.2.2	Техника проведения парциально-волнового анализа на основе данных различных сеансов	32
5.2.3	Внесённые изменения и проверка их корректности	32
6	Вычисление характеристик резонансов	37
6.1	Учет разрешения установки	37

6.2	Параметризация резонансов	38
6.3	Процедура пересчета числа событий в сечение	39
7	Результаты	41
7.1	Интенсивности волн	41
7.2	Спектральные характеристики и сечения	45
8	Обсуждение результатов	48
8.1	Спектральные характеристики	48
8.2	Сечения	49
8.3	Выводы и план дальнейших исследований	52
9	Приложение	53
9.1	Распределения физических переменных для всех сеансов	53
9.2	Список волн, использованных в анализе	57
9.3	Проверка изменений, связанных с изотопикой	58

Глава 1

Введение

Одним из объяснений огромного разнообразия легких мезонов ($S = C = B = 0$) является наличие орбитальных возбуждений различных суперпозиций систем, состоящих из пар кварков u , d , \bar{u} и \bar{d} . Такие возбуждения приводят к естественному разбиению частиц на семейства, причем представители одного такого семейства имеют одинаковые квантовые числа I (изоспин), G (G -четность), P , (P -четность), C (C -четность), но отличаются спином J и спектральными характеристиками (формой спектра, массой, шириной). Так, например, выделяется семейство частиц $a_0(980)$ ($J = 0$), $a_1(1260)$ ($J = 1$), $a_2(1320)$ ($J = 2$) и т.д., имеющих $I^G = 1^-, P = C = +$. Нахождение новых представителей таких семейств позволит подтвердить, опровергнуть или ограничить применимость моделей, используемых для описания иерархии частиц (например, модель Редже, см. [1] и [2]). В связи с этим одним из актуальных на сегодняшний день направлений в физике легких мезонов является поиск высокоспиновых резонансов.

Эта проблема подробно рассмотрена в [3]. В работе приведен обзор результатов поиска высокоспиновых резонансов в данных, собранных в ходе $p\bar{p}$ -экспериментов $PS172$ и $Crystal Barrel$. В частности, здесь имеются некоторые теоретические соображения, затрагивающие вопрос существования резонанса ω_5 ($J^{PC} = 5^{--}, I = 0$) и его спектральных характеристик. Кроме того, указано, что имеются экспериментальные свидетельства по каналам $\omega\eta$ и πb_1 .

Для данной работы в качестве одной из опорных статей была выбрана публикация [4], в которой представлены результаты изучения системы $\pi^-\pi^+\pi^0$ с использованием техники парциально-волнового анализа (ПВА) на основе данных, собранных на установке BES . Наблюдение в указанной системе ω и ω_3 привело к выдвижению гипотезы, согласно которой в данной системе возможно также наблюдение резонанса ω_5 .

Основной целью работы являлся анализ экспериментальных данных, полученных на установке BES , на предмет наличия в них указаний на существование резонанса ω_5 . Кроме того, была поставлена задача повторить измерения характеристик резонансов a_2 и ω_3 , полученных в работе [4]. Модернизация установки (по сравнению с упомянутой в [4]), появление её детальной модели,

совершенствование методики анализа и рост статистики позволили проверить корректность выводов, приведенных в статье.

В разделе 2 подробно описана экспериментальная установка *ВЕС* и характеристики пучка. Далее, в разделе 3, указаны основные этапы работы с реальными данными: последовательность отборов, объяснение их значения, а также описана процедура *1С*-фита. Затем в разделе 4 детально разобран метод парциально-волнового анализа (на основе [5]), после чего в разделе 5 описаны особенности анализа исследуемой трехчастичной системы, связанные с названным методом: аргументирован список использованных волн, параметризации изобар, а также внесенные в программную реализацию изменения. В разделе 6 обсуждены детали вычисления характеристик резонансов после проведения ПВА. Наконец, в разделах 7 и 8 приведены основные результаты работы и их обсуждение. В раздел 9 вынесены распределения по физическим переменным для всех сеансов, данные которых были задействованы, список использованных волн, а также распределения, подтверждающие корректность внесенных в программный комплекс изменений, связанных с изотопикой.

Глава 2

Экспериментальная установка

2.1 Общее описание

Установка *BEC* представляет собой магнитный спектрометр, предназначенный для регистрации заряженных частиц, а также γ -квантов, образованных в результате взаимодействия частиц пучка с неподвижной мишенью. Устройство установки показано на рисунке 2.1. Опишем её основные части и их предназначения.

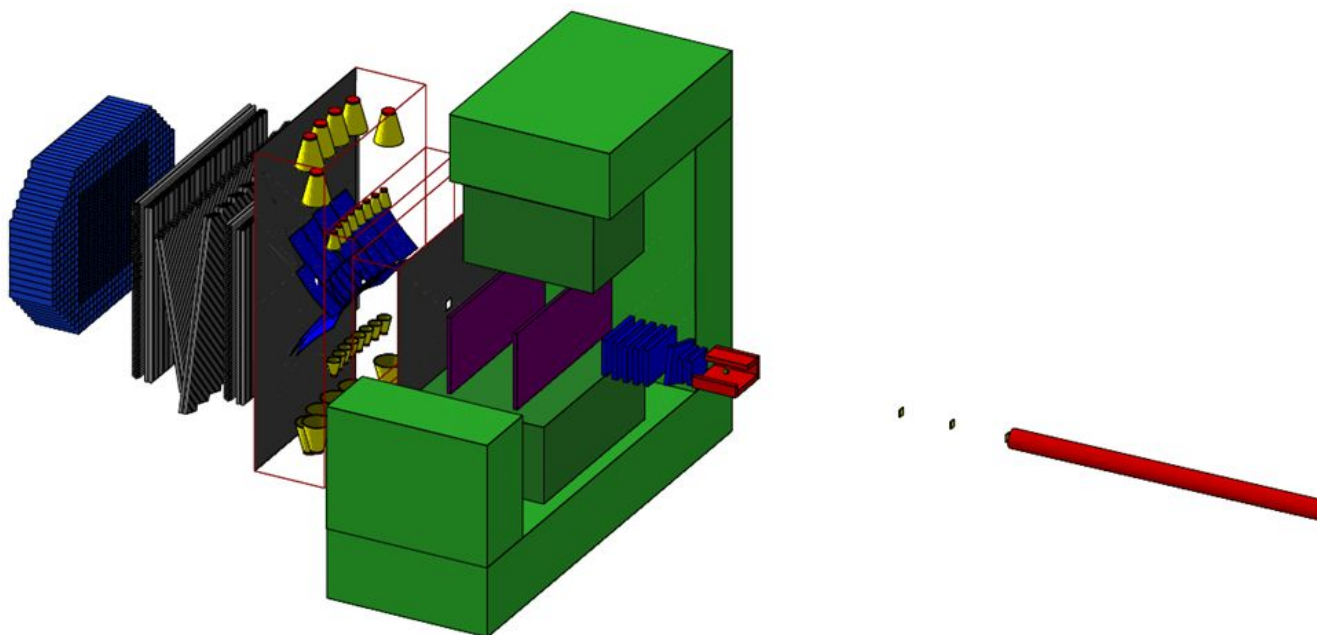


Рис. 2.1: Схема экспериментальной установки *BEC*

Принята система координат, в которой ось z направлена вдоль оси магнита, ось y – вертикально вверх, ось x дополняет две другие оси до правой тройки.

Непосредственно перед зоной экспериментальной установки *BEC* расположен магнитный спектрометр пучка на основе *BSPC*. По измерениям траектории частицы в двух парах пропорциональных камер (одна пара – до спектро-

метрического магнита, другая – после; обе пары – на базе ~ 10 м) определяется импульс пучка. Точность спектрометра составляет 1% при импульсе пучка около 30 ГэВ/с. Следствием установки спектрометра является смещение оси пучка относительно оси z (частицы пучка входят в мишень со средним углом 13 мрад).

Подаваемый пучок после спектрометра проходит через сцинтилляционные счетчики $S1$, $S2$ и $S3$. Затем на пути пучка расположена система из 4 двухплоскостных пропорциональных камер HPC , 3-х черенковских счетчиков $C1$, $C2$, $C3$ и сцинтиллятора $A10$ – $A11$. Пропорциональные камеры предназначены для определения траектории пучка. Между парами камер HPC расположены последовательно черенковские счетчики (установлены для идентификации пучка; работают в пороговом режиме). Сцинтиллятор $A10$ – $A11$ имеет цилиндрическое отверстие с осью, приблизительно совпадающей с осью пучка, и предназначен для подавления гало пучка.

Далее располагается сама мишень $TARGET$, окруженная охранной системой $VETO$. Цель охранной системы – отсеять события с так называемыми «возбуждениями в нижней вершине» в терминах диаграмм Фейнмана (в t -канальной реакции вершина пучка традиционно рисуется сверху, как это сделано в 1), а также события, в которых образованные в реакции продукты имеют большой поперечный импульс (по отношению к направлению пучка).

За мишенью находятся 3 двухплоскостные пропорциональные камеры $PC1$, также называемые $PCRED$ (третья камера повернута относительно остальных на угол 15°), а за ними ещё 5 двухплоскостных пропорциональных камер $PC2$, предназначенных для регистрации импульсов образованных заряженных частиц. Кроме того, непосредственно перед первой камерой $PC1$ расположена свинцовая пластина $CONVERTER$, позволяющая конвертировать образованные γ -кванты, не попадающие в калориметр, в электрон-позитронную пару, которая уже может быть зарегистрирована в следующих далее пропорциональных камерах. Это позволяет отбрасывать такие события из рассмотрения (поскольку иначе они будут неверно реконструированы).

После пропорциональных камер установлен магнит $MAGNET$, отклоняющий заряженные частицы. Внутри магнита находится группа микродрейфовых камер MDC . За магнитом – большой многоканальный пороговый черенковский счетчик $SHER$. Далее установлена группа больших дрейфовых камер DC на основе дрейфовых трубок. Перед последней дрейфовой камерой и после нее установлены сцинтилляторы $BK1$ и $BK2$. Их задача – отсеять события, в которых пучок не прореагировал с мишенью (наличие сигнала в них означает отсутствие взаимодействия). Установка завершается электромагнитным калориметром $ECAL$.

Условием на запись сигнала для дальнейшей обработки является

$$S1 \wedge S2 \wedge S3 \wedge \overline{A10} \wedge \overline{A11} \wedge \overline{VETO} \wedge \overline{BK1} \wedge \overline{BK2} = 1,$$

называемое также $TRIGGER_MAIN$.

Пособытийная запись производится в файлы формата DST (см. [6]).

2.2 Характеристики пучка

Основными компонентами пучка, подающегося на вход установки, являются π^- , K^- , e^- и \bar{p} в соотношении 96.5 : 2.3 : 1.0 : 0.2 соответственно. Средняя энергия пучка составляет $(E^{beam})_{mean} \approx (|p^{beam}|)_{mean} \approx 29 \text{ GeV}$, среднеквадратичное отклонение – $\sigma_{E^{beam}} \approx \sigma_{p^{beam}} \approx 0.25 \text{ GeV}$. Для примера на рисунке 2.2 показано распределение по модулю импульса пучка в 44 сеансе, взятое из root-дерева пучка (структуры, в которой для каждого события сеанса записаны координаты распада – причем z -координата вершины распада сгенерирована по экспоненциальному закону – и импульс частицы пучка).

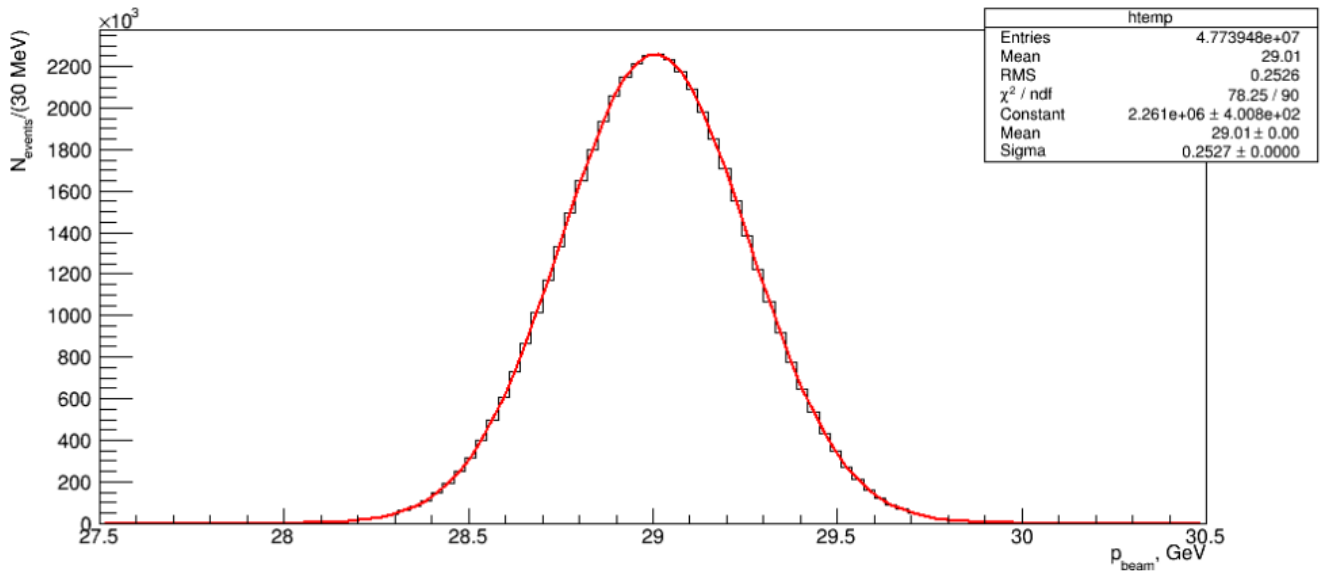


Рис. 2.2: Распределение по модулю импульса пучка в 44 сеансе

Глава 3

Отбор событий

3.1 Информация о данных, использованных в ходе анализа, и предварительные отборы

Представленный анализ проделан на основе данных, полученных в ходе четырех сеансов (с названиями *Run 44*, *Run 45*, *Run 47* и *Run 48*) с порядковым номером реконструкции 14. В указанных сеансах в качестве мишени был использован бериллиевый цилиндр с диаметром основания 4.3 см и высотой 4 см. Ось цилиндра располагалась в плоскости (xz) .

Прежде всего производится предварительный отбор данных по топологии исследуемой реакции: отбираются события, в которых имеется ровно один трек положительно заряженной частицы, ровно один трек отрицательно заряженной частицы и зарегистрировано ровно 2 фотона. Таким образом, в действительности исследуется реакция $\pi^- + N \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^0 + N'$ с последующим распадом $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ($Br(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = (98.823 \pm 0.034)\%$). Это связано с невозможностью прямой регистрации π^0 -мезона: восстановление 4-импульса данной частицы осуществляется по продуктам её распада.

Заметим, что, исходя из закона сохранения заряда для реакции (1), заряд N больше заряда N' на 1. Поскольку N и N' – нуклоны, то $N = p$, а $N = n$.

3.2 Типы отборов

Как было сказано ранее, данные обрабатываются пособытийно. Для каждого очередного события производится проверка следующих условий:

- 1 успешность статуса реконструкции события (*reconst cut*)
- 2 один трек положительно заряженной частицы, два трека отрицательно заряженных частиц (одна из них – пучковая, вторая – в конечном состоянии), две нейтральные частицы и ровно одна пучковая частица на входе в вершину взаимодействия (*topology*) [не имеет смысла, если проводится на предварительно отобранных событиях]

- 3
- успешность идентификации пучковой частицы как π^- (*beam_ident*) [необходим в силу неоднородности состава пучка, см. раздел 2.2]
 - нахождение вершины взаимодействия в мишени (*vertex*) [проверяется, находится ли вершина в так называемой расширенной мишени – цилиндре с тем же радиусом основания, но утроенной высотой]
 - реконструированные треки частиц не проходят через *BK1* и *BK2* (*fiducial_cut*) [отбор имеет следующий смысл: если бы реальные треки частиц прошли через *BK1* или *BK2*, то такое событие не было бы записано на ленту на уровне *TRIGGER_MAIN* (см. формулу 2.1), а наличие реконструированного трека, проходящего через *BK1* или *BK2* – свидетельство неправильной реконструкции реакции]
 - инвариантная масса двух γ -квантов лежит в диапазоне $0.115 \text{ GeV} < m_{\gamma\gamma} < 0.155 \text{ GeV}$ (π_0 cut)
 - восстановленный по 4-импульсу зарегистрированных после вершины взаимодействия частиц (в предположении, что произошло взаимодействие с протоном, а частица отдачи – нейтрон) модуль 3-импульса пучковой частицы лежит в диапазоне $27 \text{ GeV} < p_{beam\ abs} < 32 \text{ GeV}$ (*elastic*) [реакции, в которых восстановленная по зарегистрированным продуктам энергия пучковой частицы в лабораторной системе значительно меньше, чем реальная энергия пучка (около 29 GeV , как обсуждалось в разделе 2.2), потенциально являются событиями с другой топологией, в которых одна или несколько частиц были утеряны]
 - хиты (в пропорциональных камерах *PC1*, также называемых *PCRED*), не ассоциированные с треками частиц, отсутствуют (*extrahits*) [цель отбора – подавление фона от других реакций]

Обсудим подробнее отбор по количеству хитов, не ассоциированных с треками частиц (коротко называемых также *экстра-хитами* . Основные причины наличия таких вершин – «потерянные» продукты реакции, а также дельта-электроны, рождающиеся в веществе экспериментальной установки. Ясно, что события, относящиеся к первому классу необходимо исключить из рассмотрения (поскольку они не имеют отношения к исследуемой реакции и являются для нее фоном). Примеры таких реакций приведены в 8.2.

Если же в данном событии экстра-хиты произведены дельта-электронами, то его, напротив, нужно учесть в анализе. Таким образом, отбор по количеству хитов, не ассоциированных с треками других частиц, не только подавляет фоновые реакции, но также изменяет эффективность регистрации «нормальных» событий (относящихся к исследуемой реакции). Данный вопрос изучен в [7]; показано, что эффективность регистрации в первом приближении зависит только от числа n плоскостей пропорциональных камер и числа k заряженных треков:

$$\varepsilon_{extrahits} = (1 - 0.0335) \cdot (1 - 0.0158)^k \cdot (1 - 0.012)^{k \cdot n} \pm 0.01$$

Для исследуемой реакции $k = 2$. Было решено исключать из рассмотрения события, в которых есть хотя бы один неассоциированный с треками хит в пропорциональных камерах *PCRED* (см. раздел 2.1), то есть $n = 6$. Поэтому

$$\varepsilon_{extrahits} = 0.81 \pm 0.01 \quad (3.1)$$

В силу некоторых особенностей модели установки (трассировки пучка назад, а не вперёд; обрезания на минимальную энергию заряженной частицы, приводящей к хиту в пропорциональных камерах, выставленного на уровне 1 МэВ) отбор по экстра-хитам моделируется некорректно. Вследствие этого учёт влияния данного отбора производится при помощи (3.1), а не при помощи моделирования.

После применения всех перечисленных отборов производится процедура, носящая название *1C-fit*, описанная в разделе 3.4.

Однако, анализируя диаграмму реакции (см. рис. 1), можно прийти к выводу, что нужны дополнительные отборы, которые позволят выделить события, схожие по продуктам реакции с исследуемой, но имеющие другую физическую природу. Диаграммы таких реакций представлены на рис. 3.1.

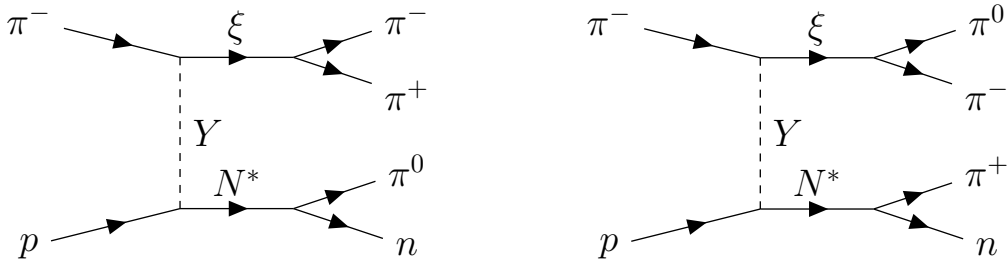


Рис. 3.1: Диаграммы побочных процессов с теми же продуктами

На первый взгляд кажется, что такие реакции должны быть подавлены охранной системой *VETO* (см. 2.1), поскольку являются событиями с возбуждениями в нижней вершине. Однако проведение ПВА на основе данных 48-го сеанса показало, что модель не может описать пики в инвариантной массе системы (πn). Это связано с тем, что среди событий с образованием N^* значимая доля таких, в которых распадный π -мезон ($N^* \rightarrow \pi n$) попадает в спектрометр и, вследствие этого, «не виден» в охранной системе. С целью отсеять данные события было предложено добавить отбор по инвариантным массам ($\pi^+ n$) и ($\pi^0 n$):

$$(m(\pi^+ n) > 2.1 \text{ GeV}) \wedge (m(\pi^0 n) > 2.1 \text{ GeV})$$

3.3 Результаты отборов

Распределения различных физических переменных в результате применения отборов на объединенных данных сеансов 44, 45, 47 и 48 представлены на рис. 3.2. Распределения по отдельным сеансам приведены в приложении (см.

9.1). Отметим, что после применения всех отборов (кроме отбора, связанного с возбуждениями в нижней вершине и описанного выше) в анализе остается около $2.4 \cdot 10^6$ экспериментальных событий. Это на порядок больше, чем в работе [4], где представлены результаты ПВА исследуемой системы.

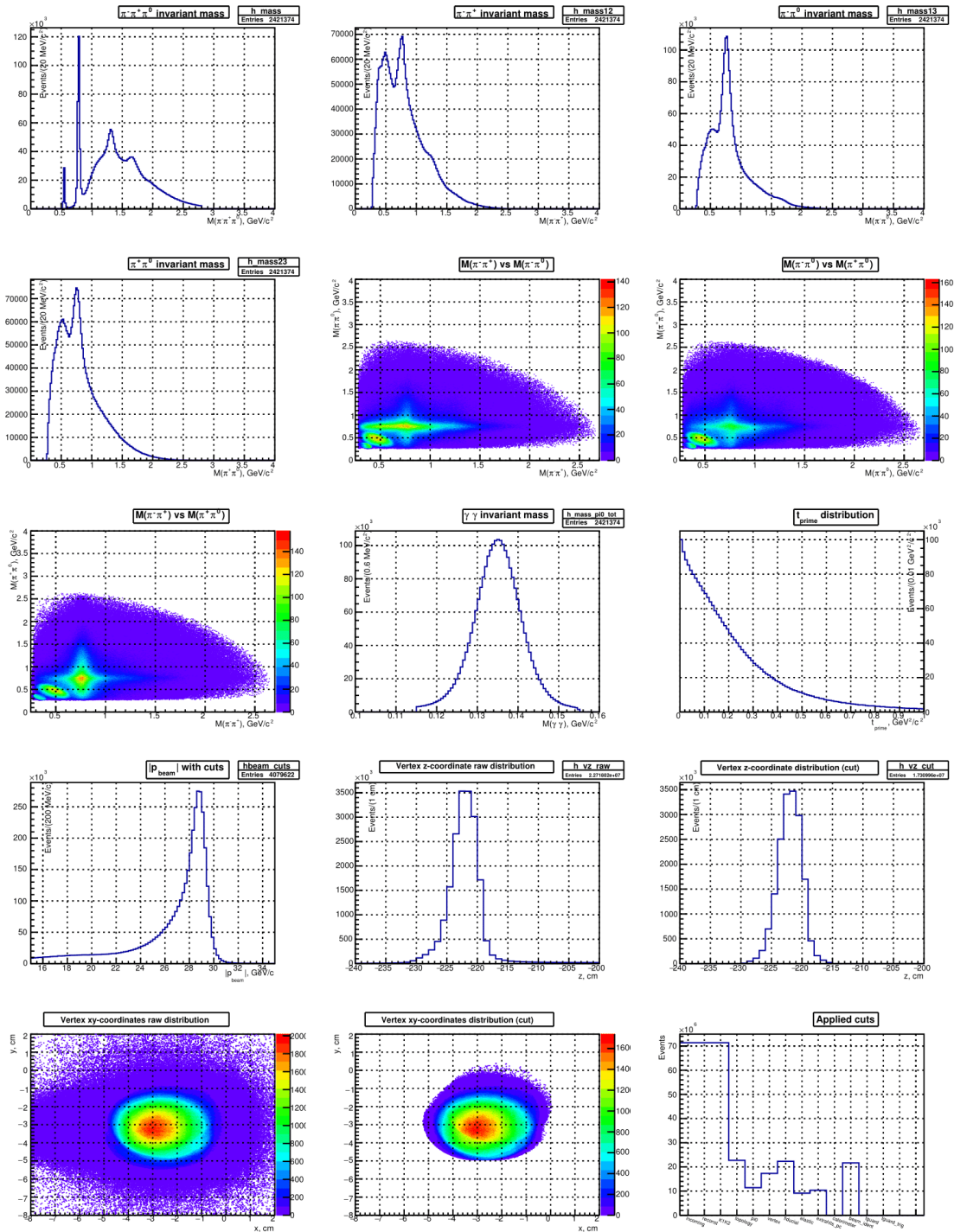


Рис. 3.2: Распределение по физическим переменным (объединенная статистика 4-х сеансов)

3.4 Описание процедуры 1C-fit для уточнения импульса π^0

Как было сказано ранее, 4-импульс π^0 -мезона восстанавливается по 4-импульсам двух зарегистрированных фотонов. При построении инвариантной массы двух фотонов в предварительно отобранных событиях явно выделяется резонансная структура в окрестности m_{π^0} ; предполагается, что большая часть этих событий связана с распадом $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Но, в силу конечного разрешения установки (а, если конкретизировать, электромагнитной системы), ширина данной структуры существенно превышает истинную ширину π_0 . С целью устранить этот эффект (и, тем самым, уточнить кинематическое описание реакции) применяется процедура, называемая 1C-fit. Опишем, как именно она реализована.

Для каждого события $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ известны измеренные 4-импульсы

$$p_{\gamma_1}^{meas} = (E_{\gamma_1}^{meas}; \vec{p}_{\gamma_1}^{meas}), p_{\gamma_2}^{meas} = (E_{\gamma_2}^{meas}; \vec{p}_{\gamma_2}^{meas}).$$

Наша цель – восстановить реальные 4-импульсы

$$p_{\gamma_1}^{real} = (E_{\gamma_1}^{real}; \vec{p}_{\gamma_1}^{real}), p_{\gamma_2}^{real} = (E_{\gamma_2}^{real}; \vec{p}_{\gamma_2}^{real}).$$

Обозначим углы между импульсами фотонов как θ^{meas} и θ^{real} .

$$(\vec{p}_{\gamma_1}^{meas}, \vec{p}_{\gamma_2}^{meas}) = E_{\gamma_1}^{meas} \cdot E_{\gamma_2}^{meas} \cdot \cos \theta^{meas}, (\vec{p}_{\gamma_1}^{real}, \vec{p}_{\gamma_2}^{real}) = E_{\gamma_1}^{real} \cdot E_{\gamma_2}^{real} \cdot \cos \theta^{real}$$

Вклад координатного разрешения электромагнитного калориметра в точность определения инвариантной массы двух фотонов существенно меньше вклада энергетического разрешения, поэтому везде $\theta^{real} = \theta^{meas} = \theta$. Введем величину $a = \frac{m_{\pi^0}^2}{2 \cdot (1 - \cos \theta)}$; из кинематики реакции $E_{\gamma_1}^{real} \cdot E_{\gamma_2}^{real} = a$. Заметим, что $a = a(\cos \theta)$, поэтому может быть вычислена по измеренным 4-импульсам. Используя этот результат, получим $E_{\gamma_2}^{real} = \frac{a}{E_{\gamma_1}^{real}}$. Поэтому следующая статистика

$$f = \left(\frac{E_{\gamma_1}^{real} - E_{\gamma_1}^{meas}}{\sigma(E_{\gamma_1}^{meas})} \right)^2 + \left(\frac{E_{\gamma_2}^{real} - E_{\gamma_2}^{meas}}{\sigma(E_{\gamma_2}^{meas})} \right)^2 \quad (3.2)$$

есть функция только одного неизвестного аргумента $E_{\gamma_1}^{real}$; здесь погрешность измерения энергии фотона вычисляется как

$$\sigma(E_{\gamma}^{meas}) = E_{\gamma}^{meas} \cdot \sqrt{\alpha^2 + \frac{\beta^2}{E_{\gamma}^{meas}}},$$

с параметрами $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.1 \sqrt{GeV}$. Нужно найти минимум функции (3.2) и в дальнейшем в кинематических расчетах использовать найденную точку минимума как значение энергии первого фотона, а значение энергии второго фотона найти из $E_{\gamma_2}^{real} = \frac{a}{E_{\gamma_1}^{real}}$ (одновременно поправив модули импульсов фотонов, сохраняя их направления). В программной реализации для нахождения

нулей аналитически вычисленной производной функции (3.2) использовался метод Ньютона.

Результаты применения описанной процедуры при работе с анализируемыми данными представлены на рис. 3.3.

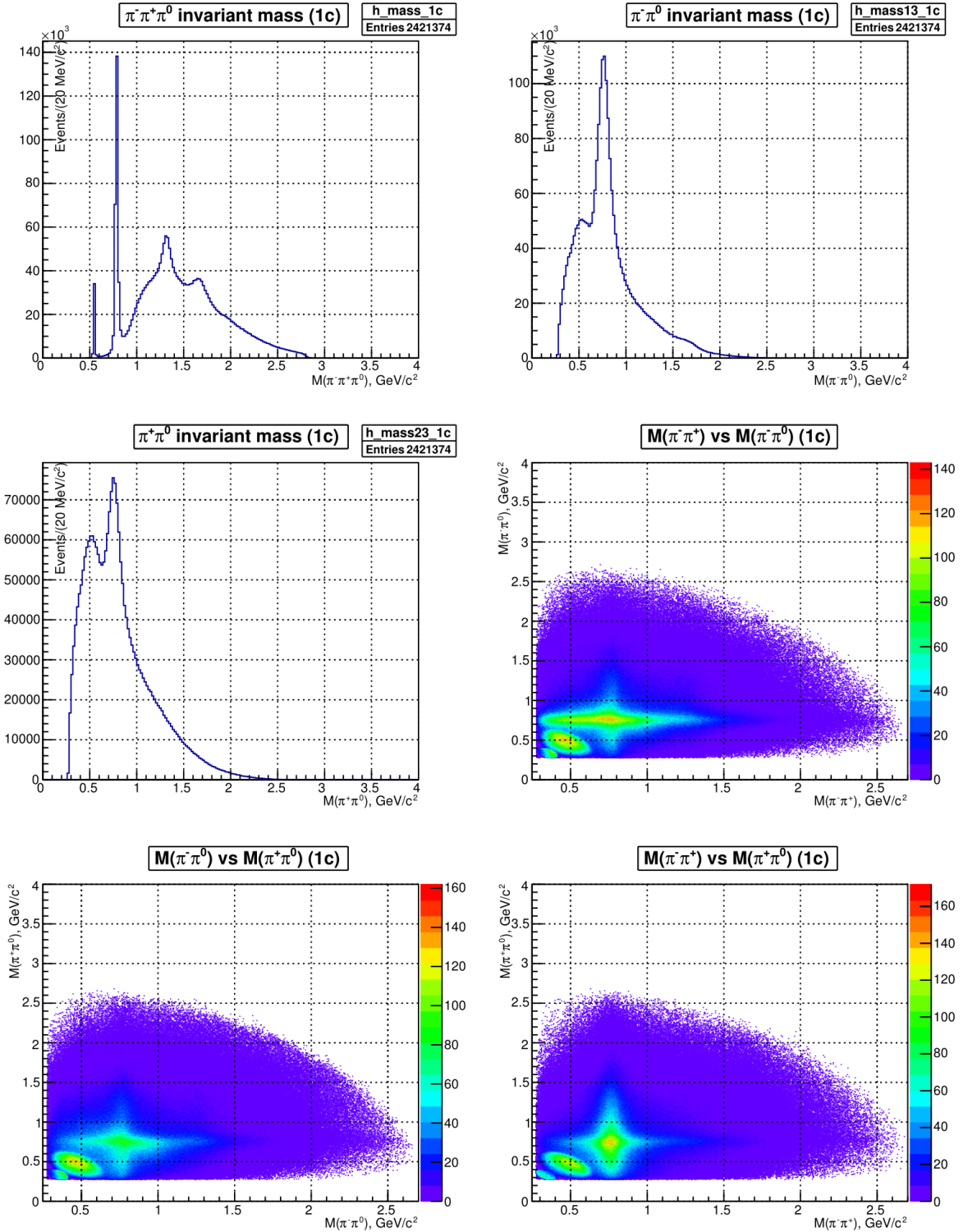


Рис. 3.3: Распределение по физическим переменным (объединенная статистика) после применения процедуры 1C-fit

Глава 4

Парциально-волновой анализ системы из трёх частиц. Общие положения

Парциально-волновой анализ является одним из методов изучения резонансной структуры различных систем в физике элементарных частиц. В основе данного метода лежит выбор специального базиса состояний с определенными квантовыми числами (например, спином, P -четностью и т.д.), по которому раскладывается конечное состояние исследуемой реакции. Состояния, образующие этот базис, называются "волнами". Разложение по такому базису позволяет найти относительные вероятности соответствующих реакций. Кроме того, такой подход позволяет преодолевать проблему различимости резонансов, имеющих близкие массы.

4.1 Формализм ПВА. Переход к описанию в специальном базисе состояний

Достаточно подробно техника ПВА системы из трех частиц рассмотрена в [5] и [8], используемый спиновый формализм изложен в [9]; здесь же будет представлен поэтапный переход к «специальному» базису состояний, о котором говорилось выше. Рассмотрим более общую реакцию, чем (1):

$$a + b \rightarrow 1 + 2 + 3 + 4,$$

где частицы $a, 1, 2$ и 3 являются бесспиновыми. Вводя в рассмотрение импульсы частиц $\vec{p}_a, \vec{p}_b, \vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ и \vec{p}_4 , а также спиральности λ_b, λ_4 частиц b и 4 (и импульсы, и спиральности заданы в системе центра масс всех частиц, которую далее будем обозначать F_1), можно записать начальные и конечные состояния системы в виде $|\vec{p}_a; \vec{p}_b, \lambda_b\rangle$ и $|\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle$ соответственно. Тогда амплитуда такой реакции выражается следующим образом:

$$f_{\lambda_b \lambda_4} = \langle \vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3; \vec{p}_4, \lambda_4 | \hat{U} | \vec{p}_a; \vec{p}_b, \lambda_b \rangle \quad (4.1)$$

(в этой записи и далее опущены массы всех частиц, а также их спины, но все эти параметры считаются фиксированными).

Произведем замену базиса. Для этого произвольным образом выберем некоторую пару из числа конечных частиц (например, 1 и 3) и введем новые переменные: $\vec{P}_{123} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$ – импульс системы трех частиц в F_1 ; Φ, Θ – азимутальный и полярный углы, которые задают направление суммарного импульса пары выделенных мезонов (13) в системе центра масс частиц 1, 2 и 3 (назовем ее GJ , будет описана более подробно ниже); ψ, χ – азимутальный и полярный углы, задающие направление импульса одного из мезонов в системе центра масс выделенного димезона (назовем ее HF , также описана ниже); M_{13} и M_{123} – инвариантные массы соответствующих систем частиц. Набор переменных $\{\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3; \vec{p}_4, \lambda_4\}$, выбранный изначально для описания конечного состояния системы, эквивалентен набору $\{\vec{p}_{123}, M_{123}, \Phi, \Theta, M_{13}, \psi, \chi; \vec{p}_4, \lambda_4\}$, так что можно произвести переход от одних переменных к другим.

Но перед этим опишем более подробно то, как именно задаются системы координат, в терминах которых описывается реакция. Система координат GJ (или система Готфрида-Джексона), как было сказано выше, является системой центра масс для (123). В ней ось z_{GJ} сонаправлена с импульсом пучковой частицы (в нашем случае этой частицей является частица a), а ось y_{GJ} перпендикулярна плоскости рождения тройки (123) (положительное направление этой оси совпадает с направлением векторного произведения импульса пучка в лабораторной системе и импульса (123) в той же системе). Поскольку в системе GJ импульсы (13) и 2 равны по модулю и противоположно направлены, то распад может быть описан (при заданных массах M_2 и M_{13}) при помощи двух углов (полярного угла $\Theta = \theta_{GJ}$ и азимутального угла $\Phi = \phi_{TY}$ – угла Треймана-Янга), которые указывают направление вылета (13). Переход в эту систему (из лабораторной) можно осуществить таким образом: 1) при помощи двух поворотов сонаправить импульс \vec{P}_{123}^{lab} с осью z_{lab} ; 2) произвести буст (преобразование Лоренца) вдоль оси z_{lab} в систему покоя (123); 3) сонаправить импульс частицы a (пучковой частицы) с положительным направлением оси z в этой системе; 3) вычислить векторное произведение импульса частицы 4 (импульс отдачи) и a (импульс пучка) в данной системе; 4) сонаправить вычисленный на предыдущем этапе вектор с положительным направлением оси y . Система координат HF (helicity frame или, по-другому, спиральная система) строится как система покоя (13) при помощи буста из системы GJ , причем в качестве оси z_{HF} выбирается направление вылета (13), а положительное направление оси y сонаправлено с векторным произведением единичных векторов вдоль z_{GJ} и z_{HF} (именно в таком порядке). Аналогично описанию в системе GJ , распад определяется также двумя углами – ϕ_{HF} и θ_{HF} . Системы координат представлены на рисунках ниже.

Вернемся теперь к осуществлению перехода к новому базису. Итак, для того, чтобы это сделать, необходимо воспользоваться результатом, приведенными в [9], который представляет собой разложение состояния из двух подсистем α и β со спиральностями λ_α и λ_β соответственно, с заданным угловым моментом J

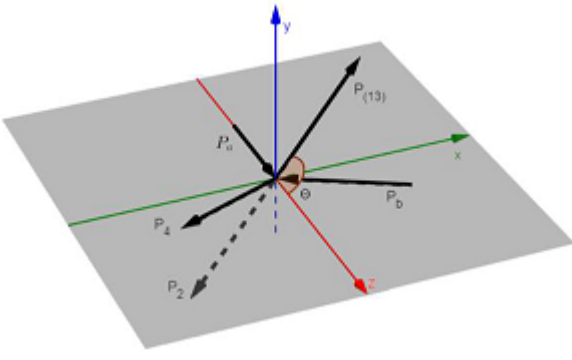


Рис. 4.1: Система Готфрида-Джексона (GJ) (из [10])

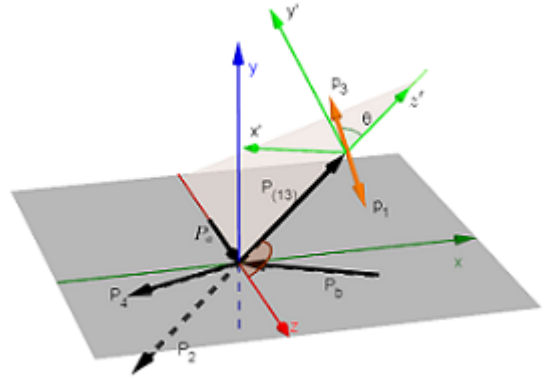


Рис. 4.2: Относительное расположение системы GJ и спиральной системы HF (из [10])

и спиральностью Λ по состояниям с определёнными угловыми переменными Θ и Φ :

$$|J, \Lambda; \lambda_\alpha, \lambda_\beta\rangle = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \int d\Omega D_{\Lambda\lambda_-}^{J*}(\phi, \theta, 0) |\phi, \theta, \lambda_\alpha, \lambda_\beta\rangle, \quad (4.2)$$

где $\lambda_- = \lambda_\alpha - \lambda_\beta$.

Сначала заменим переменные $\{\psi, \chi\}$ на $\{j, \lambda\}$, где j – спин димезона (13), λ – его спиральность в системе GJ . Согласно (4.2) (учитывая также, что частицы 1 и 3 являются бесспиновыми, то есть $\lambda_\alpha = \lambda_\beta = 0$) получим:

$$\begin{aligned} & |\vec{p}_{123}, M_{123}, \Phi, \Theta, M_{13}, \psi, \chi; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle = \\ & = |\vec{p}_{123}, M_{123}, \Phi, \Theta, M_{13}; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle \otimes \sum_{j\lambda} |j, \lambda; 0, 0\rangle \langle j, \lambda; 0, 0 | \psi, \chi, 0, 0\rangle = \\ & = \sum_{j\lambda} \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi}} D_{\lambda 0}^j(\psi, \chi, 0) |\vec{p}_{123}, M_{123}, \Phi, \Theta, M_{13}, j, \lambda; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Далее аналогичным образом перейдем от $\{\Phi, \Theta\}$ к $\{J, \Lambda\}$, где J – спин трехчастичной системы (123), Λ – ее спиральность в системе F :

$$\begin{aligned} & |\vec{p}_{123}, M_{123}, \Phi, \Theta, M_{13}, j, \lambda; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle = \\ & = |\vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}, j, \lambda; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle \otimes \sum_{J\Lambda} |J\Lambda; \lambda, 0\rangle \langle J\Lambda; \lambda, 0 | \Phi, \Theta, \lambda, 0\rangle = \\ & = \sum_{J\Lambda} \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} D_{\Lambda\lambda}^J(\Phi, \Theta, 0) |\vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda, j, \lambda; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle, \end{aligned}$$

где учтено, что $\lambda_\alpha = \lambda$, $\lambda_\beta = 0$, поскольку частица 2 – бесспиновая.

Подставляя (4.4) в (4.3) и после этого перегруппируя множители, получившиеся при подстановке определения D -функций Вигнера

$$D_{m'm}^j(\alpha, \beta, \gamma) = \langle j, m' | e^{-i\alpha\hat{J}_z} \cdot e^{-i\beta\hat{J}_y} \cdot e^{-i\gamma\hat{J}_z} | j, m \rangle,$$

имеем:

$$\begin{aligned}
& |\vec{p}_{123}, M_{123}, \Phi, \Theta, M_{13}, \psi, \chi; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle = \\
& = \sum_{j\lambda, J\Lambda} \frac{\sqrt{(2j+1)(2J+1)}}{4\pi} D_{\Lambda\lambda}^J(\Phi, \Theta, 0) D_{\lambda_0}^j(\psi, \chi, 0) |\vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda, j, \lambda; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle = \\
& = \sum_{j\lambda, J\Lambda} \frac{\sqrt{(2j+1)(2J+1)}}{4\pi} D_{\Lambda\lambda}^J(\Phi, \Theta, \psi) d_{\lambda_0}^j(\chi) |\vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda, j, \lambda; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle.
\end{aligned}$$

Получим выражение для амплитуды (4.1):

$$f_{\lambda_b\lambda_4} = \sum_{j\lambda, J\Lambda} \frac{\sqrt{(2j+1)(2J+1)}}{4\pi} D_{\Lambda\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) d_{\lambda_0}^j(\chi) g_{\Lambda\lambda\lambda_b\lambda_4}^{Jj}(s, t, M_{123}, M_{13}),$$

где использовано свойство $d_{\lambda_0}^{j*}(\chi) = d_{\lambda_0}^j(\chi)$, а также введено обозначение

$$g_{\Lambda\lambda\lambda_b\lambda_4}^{Jj}(s, t, M_{123}, M_{13}) = \langle \vec{p}_{123}, M_{123}, J, \Lambda, M_{13}, j, \lambda; \vec{p}_4, \lambda_4 | \hat{U} | \vec{p}_a; \vec{p}_b, \lambda_b \rangle \quad (4.6)$$

– амплитуда образования из начального состояния такого конечного, в котором определены перечисленные в состоянии квантовые числа.

На следующем шаге заменим $\{\lambda\}$ на $\{l\}$, то есть перейдем к состояниям, в которых определен относительный угловой момент систем (13) и (2). Это мотивировано тем, что при рождении на пороге значимые амплитуды соответствуют только переходам в состояния с малыми l ([5]). Для осуществления перехода воспользуемся связью между каноническими $|JMls\rangle$ и спиральными $|JM\lambda_\alpha\lambda_\beta\rangle$ состояниями систем из двух подсистем α и β (получено в [9]):

$$|JM\lambda_\alpha\lambda_\beta\rangle = \sum_{ls} \sqrt{\frac{2l+1}{2J+1}} \langle l0, s\lambda_- | J\lambda_- \rangle \langle s_\alpha\lambda_\alpha, s_\beta(-\lambda_\beta) | s\lambda_- \rangle |JMls\rangle,$$

обозначения те же, что и в соотношении (4.2). В рассматриваемом случае $\alpha = (13)$, $\beta = (2)$, поэтому $\lambda_\alpha = \lambda$, $\lambda_\beta = 0$, $s_\alpha = j$, $s_\beta = 0$, поэтому $s = j$ (то есть сумма ведется только по l). Значит, в выражении (4.7) $\langle s_\alpha\lambda_\alpha, s_\beta(-\lambda_\beta) | s\lambda_- \rangle = \langle j\lambda, 00 | j\lambda \rangle = 1$. Поэтому

$$|JM\lambda 0\rangle = \sum_l \sqrt{\frac{2l+1}{2J+1}} \langle l0, j\lambda | J\lambda \rangle |JMlj\rangle,$$

тогда

$$\begin{aligned}
|\vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda, j, \lambda; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle & = |\vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle \sum_l |J\Lambda lj\rangle \langle J\Lambda lj | J\Lambda\lambda 0\rangle = \\
& = \sum_l \sqrt{\frac{2l+1}{2J+1}} \langle l0, j\lambda | J\lambda \rangle |\vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda, j, l; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle.
\end{aligned}$$

Следовательно, используя обозначение (4.6), получим

$$g_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{Jj}(s, t, M_{123}, M_{13}) = \sum_l \sqrt{\frac{2l+1}{2J+1}} \langle l0, j\lambda | J\lambda \rangle h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{Jjl}(s, t, M_{123}, M_{13}),$$

здесь использовано свойство вещественности коэффициентов Клебша-Гордана $\langle l0, j\lambda | J\lambda \rangle$, а также введена новая амплитуда:

$$h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{Jjl}(s, t, M_{123}, M_{13}) = \langle \vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda, j, l; \vec{p}_4, \lambda_4 | \hat{U} | \vec{p}_a; \vec{p}_b, \lambda_b \rangle. \quad (4.10)$$

Переход к описанию при помощи выбранного базиса предоставляет еще одно преимущество: в системе покоя (123) базисные вектора соответствуют состояниям с определенной четностью $P = p_1 p_2 p_3 (-1)^{l+j}$, где p_1, p_2 и p_3 – внутренние четности соответствующих частиц. Поэтому P является квантовым числом базисных состояний. Произведем еще одну замену базиса. Рассмотрим реакцию в системе GJ . В ней, по определению, импульс пучка направлен вдоль оси z , а плоскость рождения (123) совпадает с плоскостью (Oxz) . Введем преобразование \hat{Y} , которое представляет собой последовательное применение преобразования пространственной четности \mathbb{P} , а затем поворота на угол π вокруг оси y , то есть

$$\hat{Y} = e^{-i\pi\hat{J}_y} \mathbb{P}. \quad (4.11)$$

Это преобразование можно также трактовать как отражение относительно плоскости (Oxz) (в этом легко убедиться, если выяснить, куда переходит произвольно выбранная точка, не лежащая в этой плоскости). В результате такого преобразования импульсы останутся прежними (дважды изменят направление на противоположное), а вот спиральность изменит знак. Поэтому если первоначальная амплитуда была равна $f_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}$, то она превратится в $f_{-\Lambda-\lambda_b-\lambda_4}$, но, в силу сохранения четности, должно выполняться равенство:

$$f_{\Lambda\lambda_b\lambda_4} = S f_{-\Lambda-\lambda_b-\lambda_4},$$

где $S = (-1)^{J-\Lambda} \cdot P$ [9] и P зависит только от внутренней четности частиц, а также λ_b и λ_4 . Для получения матрицы плотности производится суммирование по λ_b и λ_4 (в эксперименте эти параметры не измеряются), поэтому элементы матрицы плотности связаны: $\rho_{\Lambda\Lambda'} = (-1)^{\Lambda-\Lambda'} \rho_{-\Lambda-\Lambda'}$. Введем новое квантовое число ε и рассмотрим специальные суперпозиции векторов базиса состояний, полученного выше (как сделано в 1509):

$$|state\rangle = N_\Lambda \cdot (|J^P, \Lambda, j, l\rangle - \varepsilon P (-1)^{J+\Lambda} |J^P, -\Lambda, j, l\rangle),$$

где нормировочный коэффициент N_Λ , как нетрудно понять, выражается так:

$$N_\Lambda = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{если } \Lambda = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{если } \Lambda \neq 0 \end{cases}.$$

Легко выяснить, что состояние $|state\rangle$ обладает определенными J, P, j и l . Но оно не обладает определенной спиральностью Λ . Однако, подействовав на

данное состояние оператором \hat{Y} , введенным в (4.11), используя $\hat{Y} |J^P, \Lambda, j, l\rangle = (-1)^{J-\Lambda} \cdot P |J^P, -\Lambda, j, l\rangle$, получим:

$$\hat{Y} |state\rangle = -\varepsilon |state\rangle.$$

Значит, $|state\rangle = |J^P, |\Lambda|, j, l, \varepsilon\rangle$ – собственный вектор оператора \hat{Y} . Следует также отметить, что таких векторов (являющихся независимыми и с разными $|\Lambda|$ и ε) можно составить ровно $2J+1$ (сколько и было до вышеприведенной замены). Далее в состояниях (или индексах), где фигурируют одновременно Λ и ε , следует считать, что $\Lambda \geq 0$. Из 4.1 делаем вывод, что существует связь между элементами матрицы плотности: $\rho_{\Lambda\varepsilon, \Lambda'\varepsilon'} = \varepsilon\varepsilon' \rho_{\Lambda\varepsilon, \Lambda'\varepsilon'}$. Отсюда при $\varepsilon\varepsilon' = -1$ (то есть при различных ε и ε') получим $\rho_{\Lambda\varepsilon, \Lambda'\varepsilon'} = 0$. Таким образом, матрица плотности в выбранном базисе обладает замечательным свойством: она является блочно-диагональной по параметру ε .

Переход к состояниям с определенным ε также мотивирован тем, что в пределе высоких энергий (больших s) ε является натуральностью обменной частицы, присутствующей в реакции, так что $\varepsilon = +1$ соответствует натуральной спин-четности реджеона ($J^P = 1^-, 2^+, 3^-$ и т.д.), а $\varepsilon = -1$ – ненатуральной спин-четности реджеона $J^P = 0^-, 1^+, 2^-, \dots$ (см. [8]). В дальнейшем не будем различать ε и натуральность η , руководствуясь условиями эксперимента (большим s).

Продолжим получение выражения для амплитуды $f_{\lambda_b \lambda_4}$. Вспомним свойство D -функций Вигнера:

$$D_{-\Lambda-\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) = (-1)^{\Lambda-\lambda} D_{\Lambda\lambda}^J(\Phi, \Theta, \psi)$$

Если вставить операторную единицу $I = \sum_{\Lambda_+ \geq 0; \varepsilon} |J^P, \Lambda_+, j, l, \varepsilon\rangle \langle J^P, \Lambda_+, j, l, \varepsilon|$ в (4.5) (куда перед этим нужно подставить (4.6) и (4.10)) перед оператором \hat{U} , возникнет внутренняя сумма, которую можно упростить, переставив порядки суммирования (аргументы D -функций опущены, а также введена новая функция $h_{\Lambda_+ \lambda_b \lambda_4}^{Jjl\varepsilon} = \langle \vec{p}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda_+, \varepsilon, j, l; \vec{p}_4 \lambda_4 | \hat{U} | \vec{p}_a; \vec{p}_b, \lambda_b \rangle$):

$$\begin{aligned} \sum_{\Lambda} D_{\Lambda\lambda}^{J*} \sum_{\varepsilon, \Lambda_+ \geq 0} \langle \vec{P}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda, j, l; \vec{p}_4, \lambda_4 | \vec{P}_{123}, M_{123}, M_{13}, J, \Lambda_+, \varepsilon, j, l; \vec{p}_4, \lambda_4 \rangle h_{\Lambda_+ \lambda_b \lambda_4}^{Jjl} &= \\ &= \sum_{\varepsilon, \Lambda_+ \geq 0} (D_{\Lambda_+ \lambda}^{J*} N_{\Lambda_+} - \varepsilon D_{-\Lambda_+ \lambda}^{J*} N_{\Lambda_+} P(-1)^{J+\Lambda_+}) h_{\Lambda_+ \lambda_b \lambda_4}^{Jjl} = \\ &= \sum_{\varepsilon, \Lambda_+ \geq 0} N_{\Lambda_+} (D_{\Lambda_+ \lambda}^{J*} - \varepsilon D_{\Lambda_+ - \lambda}^J P(-1)^{J+\lambda}) h_{\Lambda_+ \lambda_b \lambda_4}^{Jjl} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Переобозначив Λ_+ как Λ , в результате получим окончательное выражение для амплитуды (в число индексов h из (4.12) добавлен индекс P , а также явно

указаны аргументы этой функции):

$$f_{\lambda_b\lambda_4} = \sum_{j,\lambda,J,l,\Lambda \geq 0,\varepsilon} \frac{\sqrt{(2j+1)(2l+1)}}{4\pi} d_{\lambda 0}^j(\chi) \langle l0,j\lambda | J\lambda \rangle N_\Lambda \times \\ \times (D_{\Lambda\lambda}^{J*} - \varepsilon D_{\Lambda-\lambda}^J P(-1)^{J+\lambda}) h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JPjl\varepsilon}(s,t, M_{123}, M_{13}).$$

4.2 Упрощающие предположения и переход к изобарной модели

В самом начале 4.1 была произвольным образом закреплена пара (13) и названа димезоном. Ясно, что с таким же успехом можно было назвать димезоном пары (12) и (23), при этом в результате амплитуда получилась бы точно такой же. То есть формально

$$f_{\lambda_b\lambda_4} = \frac{1}{3}(f_{\lambda_b\lambda_4}|_{n=1} + f_{\lambda_b\lambda_4}|_{n=2} + f_{\lambda_b\lambda_4}|_{n=3}),$$

где $n = 1$ означает подсчет амплитуды при первоначальном спаривании в димезон частиц (23), $n = 2$ – частиц (13) и $n = 3$ – для (12). Но в каждом из способов подсчета сумма набирается по-разному. Исходя из диаграмм Далица для системы (123), которые получаются в эксперименте, можно утверждать, что наибольший вклад в амплитуду дается слагаемыми, соответствующими при данном n некоторой изобаре d (у которой, естественно, фиксирован спин j). То есть в действительности в (4.13) сумма ведется уже по конечному числу парных индексов (nj). Кроме того, высокие значения спина J системы (123) и относительного орбитального момента l димезона и оставшегося мезона подавлены, поэтому (4.13) упрощается так:

$$f_{\lambda_b\lambda_4} = \frac{1}{3} \sum_{(jn),\lambda,J,l,\Lambda \geq 0,\varepsilon}^{J_{max},l_{max}} \frac{\sqrt{(2j+1)(2l+1)}}{4\pi} d_{\lambda 0}^j(\chi) \langle l0,j\lambda | J\lambda \rangle N_\Lambda \times \\ \times (D_{\Lambda\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) - \varepsilon D_{\Lambda-\lambda}^J(\Phi, \Theta, \psi) P(-1)^{J+\lambda}) h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon}(s,t, M_{123}, M_n).$$

Далее предполагается факторизация функции $h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon}(s,t, M_{123}, M_n)$:

$$h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon}(s,t, M_{123}, M_n) = \bar{h}_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon}(s,t, M_{123}) \cdot BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n), \quad (4.15)$$

где функция $BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n)$ описывает динамику распада изобары, соответствующей (jn) . Для упрощения записи введем мультииндекс $\alpha = (JP\Lambda(jn)l\varepsilon)$. В итоге

$$f_{\lambda_b\lambda_4} = \sum_{\alpha,\lambda} \frac{1}{3} \frac{\sqrt{(2j+1)(2l+1)}}{4\pi} d_{\lambda 0}^j(\chi) \langle l0,j\lambda | J\lambda \rangle \times \\ \times N_\Lambda (D_{\Lambda\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) - \varepsilon D_{\Lambda-\lambda}^J(\Phi, \Theta, \psi) P(-1)^{J+\lambda}) \times \\ \times \bar{h}_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon}(s,t, M_{123}) BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n) = \sum_{\alpha} F_\alpha \bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^\alpha(s,t, M_{123}),$$

где

$$F_\alpha = \sum_\lambda \frac{1}{3} \frac{\sqrt{(2j+1)(2l+1)}}{4\pi} d_{\lambda 0}^j(\chi) \langle l0, j\lambda | J\lambda \rangle \times \\ \times N_\Lambda(D_{\Lambda\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) - \varepsilon D_{\Lambda-\lambda}^J(\Phi, \Theta, \psi) P(-1)^{J+\lambda}) BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n).$$

Как известно, плотность вероятности регистрации конечного состояния $|\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4\rangle$ в результате перехода из начального $|\vec{p}_a, \vec{p}_b\rangle$ равна (аргументы $\bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^\alpha$ опущены):

$$\omega(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4, \vec{p}_a, \vec{p}_b) = \sum_{\lambda_b, \lambda_4} f_{\lambda_b\lambda_4}^* f_{\lambda_b\lambda_4} = \sum_{\lambda_b, \lambda_4} \left(\sum_\alpha F_\alpha \bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^\alpha \right) \left(\sum_{\alpha'} F_{\alpha'}^* \bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^{\alpha'} \right)^* = \\ = \sum_{\alpha, \alpha'} F_\alpha F_{\alpha'}^* \sum_{\lambda_b, \lambda_4} \bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^\alpha (\bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^{\alpha'})^* = \sum_{\alpha, \alpha'} F_\alpha F_{\alpha'}^* \rho_{\alpha\alpha'},$$

где введена матрица плотности

$$\rho_{\alpha\alpha'} = \sum_{\lambda_b, \lambda_4} \bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^\alpha (\bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^{\alpha'})^*,$$

которая, вообще говоря, зависит от (s, t, M_{123}) : $\rho_{\alpha\alpha'} = \rho_{\alpha\alpha'}(s, t, M_{123})$. Значит, задача анализа сводится к нахождению матрицы плотности (исходя изданных, полученных в эксперименте), элементы которой непосредственно связаны с вероятностями перехода в конечное состояние с определенным α .

Следует сделать замечание по поводу аргументов функции ω . Поскольку $\{\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4, \vec{p}_a, \vec{p}_b\}$ не является набором независимых переменных (они связаны законами сохранения), то правильно считать, что $\omega = \omega(\tau)$, где τ – переменные фазового пространства; от тех же переменных зависят и F_α . Поэтому окончательно имеем:

$$\omega(\tau) = \sum_{\alpha\alpha'} \rho_{\alpha\alpha'}(s, t, M_{123}) F_\alpha(\tau) F_{\alpha'}^*(\tau).$$

4.3 Описание процедуры нахождения матрицы плотности путем максимизации функции правдоподобия

В 4.1 мы выяснили, что распределение событий по переменным фазового пространства имеет плотность, вычисляемую как (4.19). Тогда должна соблюдаться нормировка этой функции:

$$1 = \int d\tau \omega(\tau) = \sum_{ij} \rho_{ij} \int d\tau F_i(\tau) F_j^*(\tau). \quad (4.20)$$

В силу неидеальности установки распределение событий по переменным фазового пространства искажается: в эксперименте мы видим плотность

$$q(\tau) = \frac{A(\tau) \sum_{ij} \rho_{ij} F_i(\tau) F_j^*(\tau)}{\int d\tau \sum_{ij} \rho_{ij} F_i(\tau) F_j^*(\tau) A(\tau)}, \quad (4.21)$$

здесь введена функция $A(\tau)$ (acceptance), характеризующая регистрирующую способность установки. В самой простой её реализации она равна 1, если установка способна зарегистрировать событие при данных переменных фазового пространства τ , и 0 в противном случае. Интеграл в знаменателе в (4.21) нужен для нормировки наблюдаемой функции распределения $q(\tau)$.

Запишем расширенную функцию правдоподобия для выборки, включающей N событий $\{\tau_k\}_{k=1}^N$, которая наблюдается в эксперименте:

$$L_{ext} = \frac{\bar{N}^N e^{-\bar{N}}}{N!} \prod_{k=1}^N q(\tau_k). \quad (4.22)$$

Её нужно максимизировать по переменным, определяющим распределение, то есть по \bar{N} (среднему числу зарегистрированных событий) и ρ_{ij} . Такой набор переменных неудобен, поскольку на него наложено дополнительное ограничение – условие нормировки (4.20). Поэтому перейдем к новому набору (который, как будет показано, таким недостатком не обладает):

$$\bar{\rho}_{ij} = \rho_{ij} \frac{\bar{N}}{\int d\tau \sum_{mn} \rho_{mn} F_m(\tau) F_n^*(\tau) A(\tau)}. \quad (4.23)$$

В случае, если ρ_{ij} – диагональная матрица, элементы $\bar{\rho}_{ii}$ имеют физический смысл среднего числа исходных событий в соответствующей волне (поскольку дробь имеет смысл среднего числа исходных событий). Теперь выразим \bar{N} :

$$\begin{aligned} \bar{N} &= \bar{\rho}_{ij} \frac{\int d\tau \sum_{mn} \rho_{mn} F_m(\tau) F_n^*(\tau) A(\tau)}{\rho_{ij}} = \\ &= \sum_{mn} \left(\rho_{mn} \frac{\bar{N}}{\int d\tau \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} F_\alpha(\tau) F_\beta^*(\tau) A(\tau)} \right) \int d\tau A(\tau) F_m(\tau) F_n^*(\tau) = \\ &= \sum_{mn} \bar{\rho}_{mn} \int d\tau A(\tau) F_m(\tau) F_n^*(\tau). \end{aligned}$$

Мы получили, что \bar{N} однозначно определяется набором коэффициентов $\bar{\rho}_{ij}$. Теперь домножим обе части (4.23) на $F_i(\tau) F_j^*(\tau)$, просуммируем по i, j и проинтегрируем по τ . В итоге получим следующее равенство:

$$\sum_{ij} \int d\tau A(\tau) F_i(\tau) F_j^*(\tau) \left(\rho_{ij} \left(\sum_{mn} \bar{\rho}_{mn} \int d\tau F_m(\tau) F_n^*(\tau) \right) - \bar{\rho}_{ij} \right) = 0,$$

откуда непосредственно следует (в силу того, то равенство должно быть выполнено для любой матрицы $\int d\tau A(\tau)F_i(\tau)F_j^*(\tau)$), что

$$\rho_{ij} = \frac{\bar{\rho}_{ij}}{\sum_{mn} \bar{\rho}_{mn} \int d\tau F_m(\tau)F_n^*(\tau)}.$$

Представленная замена, как было сказано выше, хороша тем, что условие (4.20) выполнено автоматически для любого набора чисел $\bar{\rho}_{ij}$, которые формируют эрмитову положительно определенную матрицу. В итоге можем выписать логарифм функции правдоподобия (4.22) в следующем виде:

$$\ln L_{ext} = - \left(\sum_{ij} \bar{\rho}_{ij} \int d\tau A(\tau)F_i(\tau)F_j^*(\tau) \right) + \sum_{k=1}^N \ln \left(A(\tau_k) \sum_{ij} \bar{\rho}_{ij} F_i(\tau_k)F_j^*(\tau_k) \right). \quad (4.24)$$

Далее следует найти набор параметров ρ_{ij} , доставляющих максимум функции правдоподобия. Физический смысл элементов матрицы плотности ρ_{ij} накладывает на нее дополнительное требование эрмитовости. Поэтому в действительности элементы данной матрицы не произвольны.

Как известно из линейной алгебры, всякий эрмитов оператор \hat{X} , действующий в пространстве размерности dim , можно представить в виде разложения

$$\left(\hat{X} \right)_{ij} = \sum_{k=1}^{dim} \lambda_{(k)} V_i^{(k)} \left(V_j^{(k)} \right)^*$$

где $\lambda_{(k)}$ – собственные значения оператора \hat{X} (в принципе, среди них могут быть повторяющиеся), $V_{(k)}$ – k -й собственный вектор (соответствующий собственному значению $\lambda_{(k)}$), причем все собственные векторы попарно ортогональны и нормированы.

Для реального анализа часто делается дополнительное упрощающее предположение о ранге матрицы. В данном анализе предполагается, что матрица плотности является одноранговой (с двумя блоками по натуральности и дополнительным блоком *flat*). Следовательно, анализ сводится к нахождению элементов одного вектора. Это существенно уменьшает число искомых параметров.

Описание программной реализации всей процедуры представлено в главе 5.

Глава 5

Система $\pi^- \pi^+ \pi^0$: программная реализация и особенности анализа

В разделе 4 было продемонстрировано, что результат анализа может быть представлен в виде одной матрицы ρ_{ij} , элементы которой зависят от s, t и M_{123} (обозначения те же, что и ранее). В нашем случае зависимости от s нет ($s = const$ для всех сеансов, данные которых используются в анализе). Для получения зависимости от t и M_{123} производится бинирование интересующего диапазона переменных $\Delta t \times \Delta M_{123} = [0; 1.2) \text{ ГэВ}^2 \times [0.5; 2.7) \text{ ГэВ}$: диапазон $t' = [0; 1.2) \text{ ГэВ}^2$ представляется в виде объединения $[0; 0.05) \cup [0.05; 0.2) \cup [0.2; 0.6) \cup [0.6, 1.2) \text{ ГэВ}^2$, диапазон $M_{123} = [0.5; 2.7) \text{ ГэВ}$ – в виде объединения 110 отрезков длиной 20 МэВ с центрами 0.51 МэВ, 0.53 МэВ, ..., 2.69 МэВ, а затем данные распределяются по указанным бинам и в каждом из них находится своя матрица плотности $\rho_{ij}(\bar{t}, \bar{M}_{123})$ (\bar{t}, \bar{M}_{123} – средние значения t и M_{123} соответственно в данном бине).

В данной главе будут описаны стадии анализа, а также особенности, связанные с изучаемой системой.

5.1 Детализация вида функций, соответствующих волнам

5.1.1 Модификация базиса состояний для изучения системы $\pi^- \pi^+ \pi^0$: введение изоспина в набор квантовых чисел волн

Основываясь на [4], было решено в качестве квантовых чисел волн рассматривать полный угловой момент J трехчастичной системы (123), пространственную четность P системы (123), относительный орбитальный момент l димезона и оставшегося мезона, $\Lambda = |J_z|$ – модуль проекции полного углового момента

системы (123), η – число, отвечающее за симметрию относительно плоскости рождения (123) (ранее вводилось как ε), которое в действительности является натуральностью обменной частицы в низшем порядке по $\frac{1}{s}$ (см. [11]), I – полный изоспин системы π -мезонов (123), d – тип изобары, посредством которой осуществляется распад. Таким образом, волны нумеруются мультииндексом $\alpha = J^P \Lambda l \eta (I, d)$.

Однако в главе 4 получено выражение для F -функций, соответствующих волнам с мультииндексом $\alpha = J^P \Lambda (jn) l \varepsilon$ (см. (4.17)), и вычисление именно таких F -функций было изначально реализовано в программном комплексе для анализа. В связи с тем, что индексы волн изменились, были внесены изменения в соответствующих программах. Ниже будет получена связь между старыми F -функциями и их модификацией.

Как будет показано в разделе 5.1.2, среди изобар, использованных для анализа (выбор которых основан на массах изобар, а также относительных вероятностях распада в два π -мезона), присутствуют изобары как с изоспином $I_d = 0$, так и с изоспином $I_d = 1$, поэтому далее рассмотрены только эти случаи. Для получения изоспина системы $\pi^- \pi^+ \pi^0$ нужно сложить (по правилу сложения моментов) изоспин изобары с изоспином оставшегося (bachelor) π . В случае, когда $I_d = 0$, распад изобары возможен только в $\pi^- \pi^+$ (в случае двух других распадов – в $\pi^- \pi^0$ или $\pi^+ \pi^0$ – приходим к противоречию с $I_d = 0$, поскольку проекция изоспина изобары должны была бы оказаться ненулевой), поэтому изоспиновое состояние $\pi^- \pi^+ \pi^0$, окажется равным $|1, 0\rangle_\pi |0, 0\rangle_d = |1, 0\rangle_{tot}$, то есть $I = 1$. Если же $I_d = 1$, то существуют 3 различные реализации данного типа изобары: $d^+ = |1, 1\rangle$, $d^- = |1, -1\rangle$, $d^0 = |1, 0\rangle$. В силу нейтральности системы $\pi^- \pi^+ \pi^0$, распад возможен только в $d^+ \pi^-$, $d^- \pi^+$ и $d^0 \pi^0$. В соответствии с правилами сложения моментов получаем:

$$\begin{aligned} d^+ \pi^- &= \frac{1}{\sqrt{6}} |2, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle \\ d^- \pi^+ &= \frac{1}{\sqrt{6}} |2, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle \\ d^0 \pi^0 &= \sqrt{\frac{2}{3}} |2, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle \end{aligned}$$

Отсюда имеем

$$\begin{aligned} |0, 0\rangle_{tot} &= \frac{d^+ \pi^- + d^- \pi^+ - d^0 \pi^0}{\sqrt{3}} \\ |1, 0\rangle_{tot} &= \frac{d^+ \pi^- - d^- \pi^+}{\sqrt{2}} \\ |2, 0\rangle_{tot} &= \frac{d^+ \pi^- + d^- \pi^+ + d^0 \pi^0}{\sqrt{6}} \end{aligned} \tag{5.1}$$

В разделах 4.1 и 4.2 был произведен переход к базису состояний $|J^P \Lambda \eta(jn)\rangle$. Здесь же мы перейдем от этого базиса к базису $|J^P \Lambda \eta(I, d)\rangle$. В более формальной форме (5.1) можно выразить как

$$\begin{aligned} & |J^P \Lambda \eta(I = 0, d)\rangle = \\ & = \frac{1}{\sqrt{3}} (|J^P \Lambda \eta(j, n = 1)_d\rangle + |J^P \Lambda \eta(j, n = 2)_d\rangle - |J^P \Lambda \eta(j, n = 3)_d\rangle) \\ & |J^P \Lambda \eta(I = 1, d)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|J^P \Lambda \eta(j, n = 1)_d\rangle - |J^P \Lambda \eta(j, n = 2)_d\rangle) \end{aligned}$$

(нижний индекс d отражает соответствие пары (jn) типу изобары d ; $n = 1$ соответствует изобаре d^+ , $n = 2 - d^-$, $n = 3 - d^0$). Аналогичным образом изменяются и F -функции. Практический интерес представляют волны с $I = 0$ и $I = 1$, поэтому выражение для состояния с $I = 2$ не представлено (хотя аналогичным образом следует из (5.1)).

5.1.2 Список используемых в анализе изобар и их параметризации

В (4.15) при факторизации F -функции была введена функция $BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n)$. В действительности она также факторизуется следующим образом:

$$BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n) = F_l(M_{123}, M_n, m_2) \cdot F_j(M_{123}, M_n, m_1, m_3) \cdot \Delta(M_n),$$

где $F_l(M_{123}, M_n, m_2)$ и $F_j(M_{123}, M_n, m_1, m_3)$ – барьерные факторы Блатта-Вайскопфа (взяты из [12]), а $\Delta(M_n)$ – форма резонансной кривой изобары.

Физический смысл барьерных факторов заключается в подавлении высоких значений орбитального момента l и спина изобары j (в силу ограниченности законами сохранения импульсов частиц, на которые распадается изобара, а также конечности ее размера), см. [13]. Поэтому барьерные факторы являются функциями импульсов частиц q (в системе центра масс резонанса), на которые распадается резонанс; их явный вид приведен, например, в [13].

Что же касается функции $\Delta(M_n)$, она определяется изобарой. В большинстве случаев используется релятивистская формула Брейта-Вигнера:

$$\Delta(m) = \frac{m_0 \Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - im_0 \Gamma(m)}, \quad (5.2)$$

где m_0 и Γ_0 – ширина и масса резонанса соответственно, $\Gamma(m)$ – зависящая от массы ширина (более подробное описание вариантов этой функции приведено ниже). В некоторых случаях прибегают к описанию формы резонансной кривой формулой Флатте из [14]. Для описания широкого резонанса σ (также встречается как $EP\text{SMX}$) используется параметризация Ау-Моргана-Пеннингтона (см. [15]). При задании ширин возможен выбор между

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \frac{m_0 q}{m q_0} \frac{F_j^2(q)}{F_j^2(q_0)} \quad (5.3)$$

(здесь q_0 – импульс одной из распадных частиц в системе центра масс резонанса при массе резонанса, равной m_0 ; остальные обозначения введены выше),

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \frac{q}{q_0} \frac{F_j^2(q)}{F_j^2(q_0)}, \quad (5.4)$$

и, наконец,

$$\Gamma(m) = \Gamma_0.$$

Список использованных при анализе изобар (а также их параметризации) представлены в таблице 5.1.

Таблица 5.1: Список использованных изобар

Изобара	Параметризация	Масса m_0 , МэВ	Ширина Γ_0 , МэВ
σ	Ау-Морган-Пеннингтон	475	550
$\rho(770)$	Брейт-Вигнер (5.2) с шириной (5.4)	768.5	150.7
$f_0(980)$	Флатте с $g_{\pi\pi} = 0.165 \text{ ГэВ}^2$ и $g_{K\bar{K}} = 0.695 \text{ ГэВ}^2$	965	50
$f_2(1270)$	Брейт-Вигнер (5.2) с шириной (5.3)	1275.4	185.2
$\rho_3(1690)$	Брейт-Вигнер (5.2) с шириной (5.4)	1690	190

5.1.3 Список волн

Выбор первоначального набора волн основан на [4]. Этот набор дополнен волнами, соответствующими $(J^P = 3^+ \ I = 1)$, $(J^P = 4^+ \ I = 1)$ и $(J^P = 5^- \ I = 0)$, с целью исследования вопроса рождения высокоспиновых резонансов с данными квантовыми числами. Полный список волн приведен в приложении (см. 9.2).

5.2 Программная реализация анализа

5.2.1 Описание основного комплекса программ

Комплекс программ, используемых для анализа, описан в работе [16] и реализован автором для проведения ПВА различных систем на установке ВЕС. Здесь приведем краткое описание основных стадий анализа.

Как было показано в разделе 4.3, задача нахождения приведённой матрицы плотности сводится к максимизации функции (4.24). Ясно, что для максимизации этой функции по параметрам $\bar{\rho}_{ij}$ необходимо вычислить интегралы $\int d\tau A(\tau) F_i(\tau) F_j^*(\tau)$. В силу громоздкости функций $F_i(\tau)$, а также отсутствия аналитического вида функции $A(\tau)$, интегрирование производится численно методом Монте-Карло. В данном анализе эта процедура реализована следующим

образом. Изначально считывается информация о пучке из дерева пучка, полученного из экспериментальных данных, – определяются вершина взаимодействия и импульс пучка. Далее генерируется $t = (p_{beam} - p_{123})^2$ (здесь p_{beam} и p_{123} – 4-импульсы пучковой частицы и системы (123) соответственно). Из законов сохранения

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{beam} \\ \vec{p}_{beam} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{123} \\ \vec{p}_{123} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_n \\ \vec{p}_n \end{pmatrix}$$

следует, что задание переменной t позволяет однозначно определить энергию и модуль импульса нейтрона отдачи по формулам $\varepsilon_n = \frac{m_p^2 + m_n^2 - t}{2m_p}$ и $|\vec{p}_n| = \sqrt{\varepsilon_n^2 - m_n^2}$, а, следовательно, и $\varepsilon_{123} = \varepsilon_{beam} + m_p - \varepsilon_n$. Тогда, генерируя массу M_{123} , можно однозначно определить $|\vec{p}_{123}| = \sqrt{\varepsilon_{123}^2 - M_{123}^2}$. Тогда единственным образом определяется и угол между импульсом пучка и импульсом пучка:

$$\cos \theta_{123} = \frac{|\vec{p}_{beam}|^2 + |\vec{p}_{123}|^2 - |\vec{p}_n|^2}{2|\vec{p}_{beam}||\vec{p}_{123}|}.$$

Затем, генерируя равномерно на отрезке $[0; 2\pi]$ азимутальный угол Φ_{123} (угол вращения вокруг импульса пучковой частицы), получим 4-вектора p_{123} и p_n . После этого останется только осуществить распад (123). Удобнее всего такой распад изначально рассматривать в системе центра масс (123). Распад $1 \rightarrow 3$ описывается при помощи двух существенных переменных; обычно выбирают переменные s_{12} и s_{13} . Плотность трехчастичного фазового объёма по этим переменным постоянна, поэтому для осуществления распада достаточно генерировать события равномерно по кинематически разрешенной области в пространстве переменных (s_{12}, s_{13}) : это определит однозначно модули всех трех импульсов, а также углы между ними. Используя тот факт, что в системе центра масс (123) распад изотропен, генерируется направление одного из импульсов (для этого используются 2 угла), затем направление второго импульса (ещё 1 угол), а третий импульс получается однозначно из условия, что сумма импульсов трёх частиц в системе их центра масс равна нулю. Сгенерированные в СЦМ импульсы можно при помощи соответствующего преобразования Лоренца перевести в лабораторную систему. В итоге (после осуществления описанной процедуры) генерируется событие, соответствующее изучаемой реакции. После этого сгенерированное событие подается на вход модели установки *BEC*, реализованной в *GEANT* (моделируются отклики детекторов), затем событие реконструируется и полученные в результате реконструкции переменные, описывающие событие, подаются на вход программе, отбирающей события – это позволяет определить значение функции $A(\tau)$ в данной точке. Сгенерировав N_{gener} событий, мы сможем получить следующую численную оценку:

$$\int d\tau A(\tau) F_i(\tau) F_j^*(\tau) = \frac{V_{phase\ space}}{N_{gener}} \cdot \sum_{m=1}^{N_{gener}} A(\tau_m) F_i(\tau_m) F_j^*(\tau_m),$$

где $A(\tau_m) = 1$, если отборщик событий принял m -е сгенерированное событие, и $A(\tau_m) = 0$ в противном случае, а $V_{phase\ space}$ – полный фазовый объём.

В выражении (4.24) также следует сделать упрощение:

$$\ln \left(A(\tau_k) \sum_{ij} \bar{\rho}_{ij} F_i(\tau_k) F_j^*(\tau_k) \right) \rightarrow \ln \left(\sum_{ij} \bar{\rho}_{ij} F_i(\tau_k) F_j^*(\tau_k) \right)$$

После всех описанных процедур выражение для логарифма расширенной функции правдоподобия становится функцией только элементов приведенной матриц плотности $\bar{\rho}_{ij}$. Для нахождения её максимума используется пакет, описанный в [17].

Для перехода от приведенной матрицы плотности $\bar{\rho}_{ij}$ к истинной ρ_{ij} необходимо знать значения интегралов $\int d\tau F_i(\tau) F_j^*(\tau)$ (это понятно из определения (4.23)). Процедура нахождения интегралов аналогична той, что описана выше (исключая только необходимость подавать сгенерированные события на вход модели установки и подвергать реконструкции).

5.2.2 Техника проведения парциально-волнового анализа на основе данных различных сеансов

С целью уменьшения статистических ошибок, было решено использовать данные четырех сеансов (об этом уже упоминалось в разделе 3.1). В силу того, что во всех сеансах параметры установки (и, соответственно, их модели) различны, вычисление интегралов $\int d\tau A(\tau) F_i(\tau) F_j^*(\tau)$ (данную матрицу принято называть матрицей интегралов аксептанса) даёт разные результаты и потому не позволяет составить функцию правдоподобия, зависящую ровно от одной матрицы плотности. Решение данной проблемы – использование взвешенной по потокам пучка в сеансах матрицы интегралов аксептанса в (4.24). Используемые коэффициенты взвешивания соотносятся как 1 : 0.51 : 0.3 : 0.52 для 44, 45, 47 и 48 сеансов соответственно.

5.2.3 Внесённые изменения и проверка их корректности

Как было уже сказано в разделе 5.1.1, для проведения ПВА системы $\pi^- \pi^+ \pi^0$ потребовалось внесение некоторых изменений, связанных с переходом к новому базису.

Для проверки их корректности было решено произвести сравнение диаграмм Далица, получаемых в результате Монте-Карло моделирования (в соответствии с модифицированными F -функциями), с диаграммами для распадов на 3 π -мезона, приведенными в статье [18]. Результаты, полученные в [18], показаны на рис. 5.1.

Ниже показаны распределения, полученные при моделировании. Подписи приведены на диаграммах в следующей нотации: $J^P l \Lambda \eta I$, дополнительная подпись $BW1$ означает, что искусственно выключена зависимость от динамики распада изобары: $BW^{l(jn)} = 1$. Отметим также, что на рис. 5.1 показаны области, в которых число событий должно быть мало в силу требований симметрии.

Spin	I=0	I=1 (except $3\pi^0$)	I=2		I=1 ($3\pi^0$ only) and I=3
			$\pi^+ \pi^- \pi^0$	other modes	
0^-					
1^+					
2^-					
3^+					
1^-					
2^+					
3^-					

Рис. 5.1: Области диаграмм Далица для распада в 3π , в которых число событий должно быть исчезающе малым в силу требований симметрии, закрашены черным цветом (из [18]).

Но, поскольку кроме J^P и I в набор квантовых чисел волн входят и многие другие, плотность числа событий может быть мала и в других областях.

Для полноты проверки произведены моделирования и таких волн, которые в конечный анализ включены не были. Результаты приведены в приложении (раздел 9.3).

Рис. 5.2: Диаграмма Далица (моделирование волны 0-P0+1)

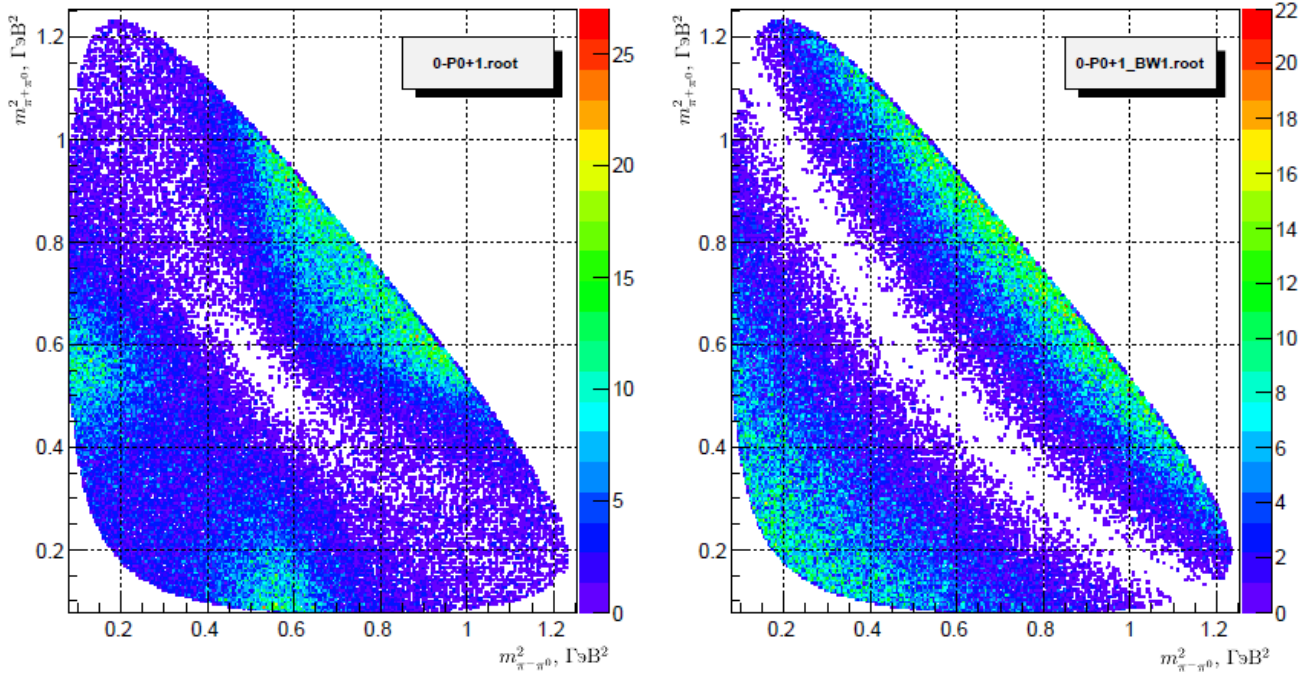


Рис. 5.3: Диаграмма Далица (моделирование волны 1+S0+0)

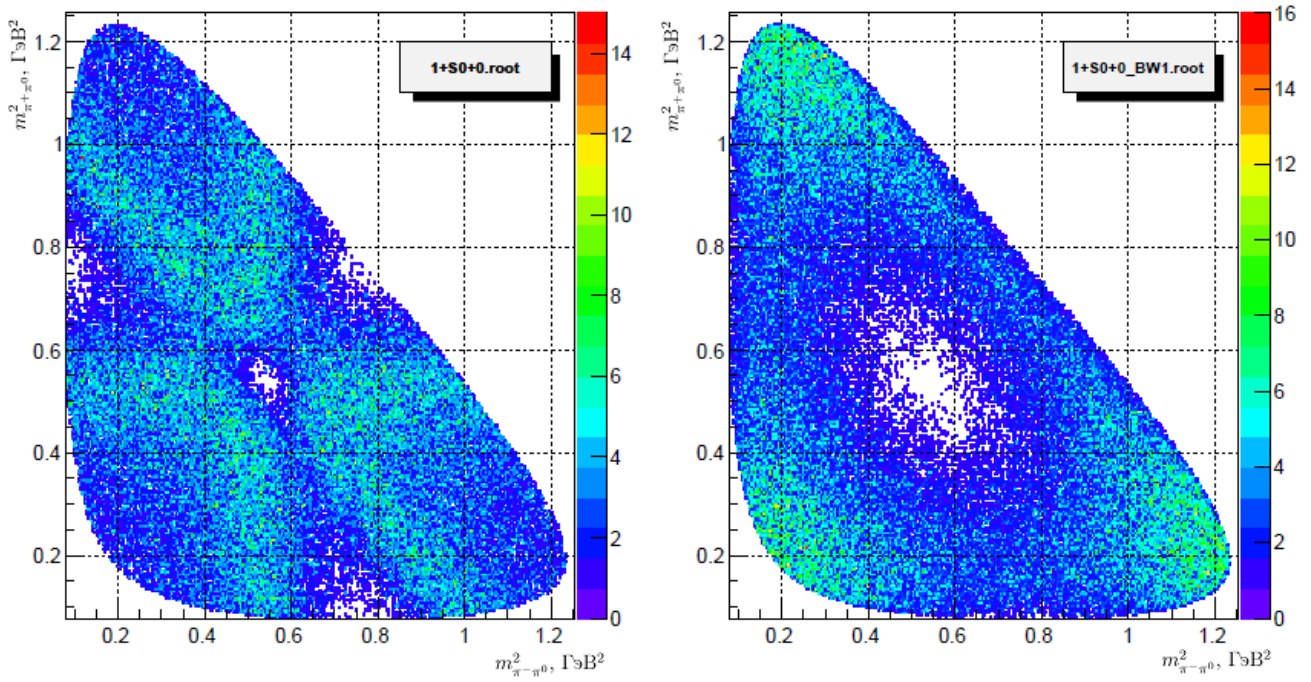


Рис. 5.4: Диаграмма Далица (моделирование волны 1+S0+1)

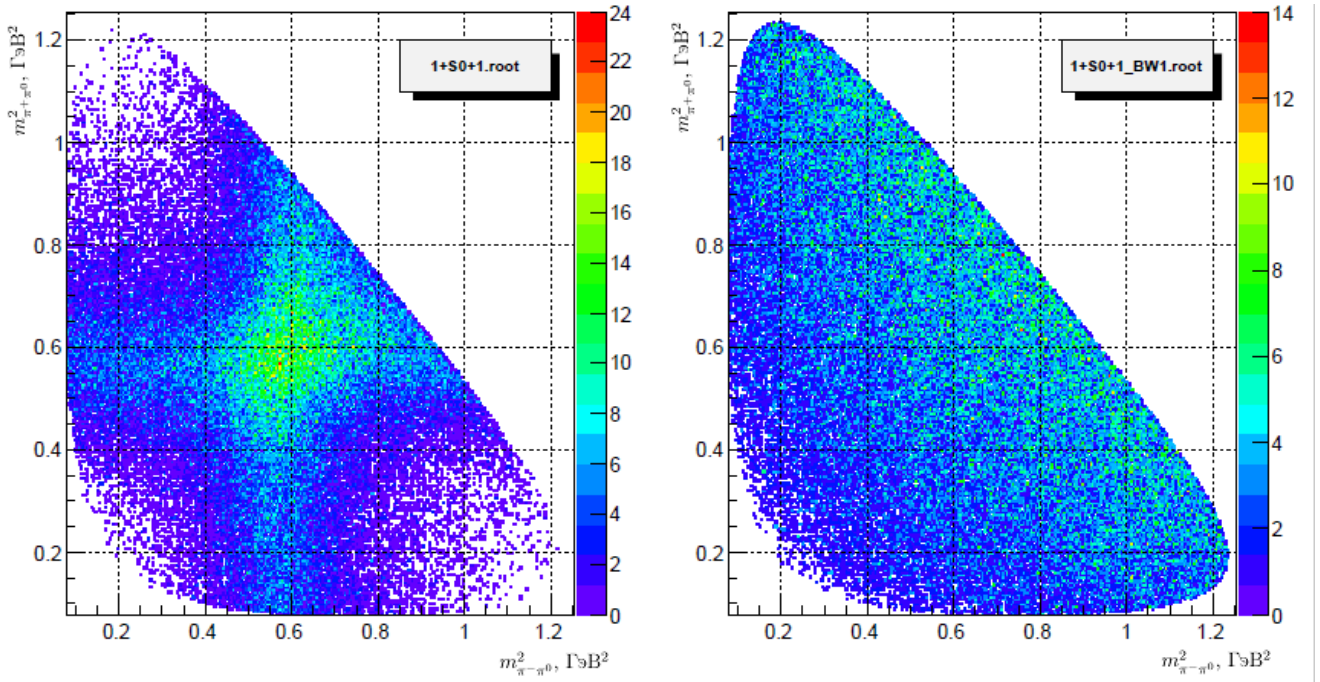


Рис. 5.5: Диаграмма Далица (моделирование волны 1-P1+0)

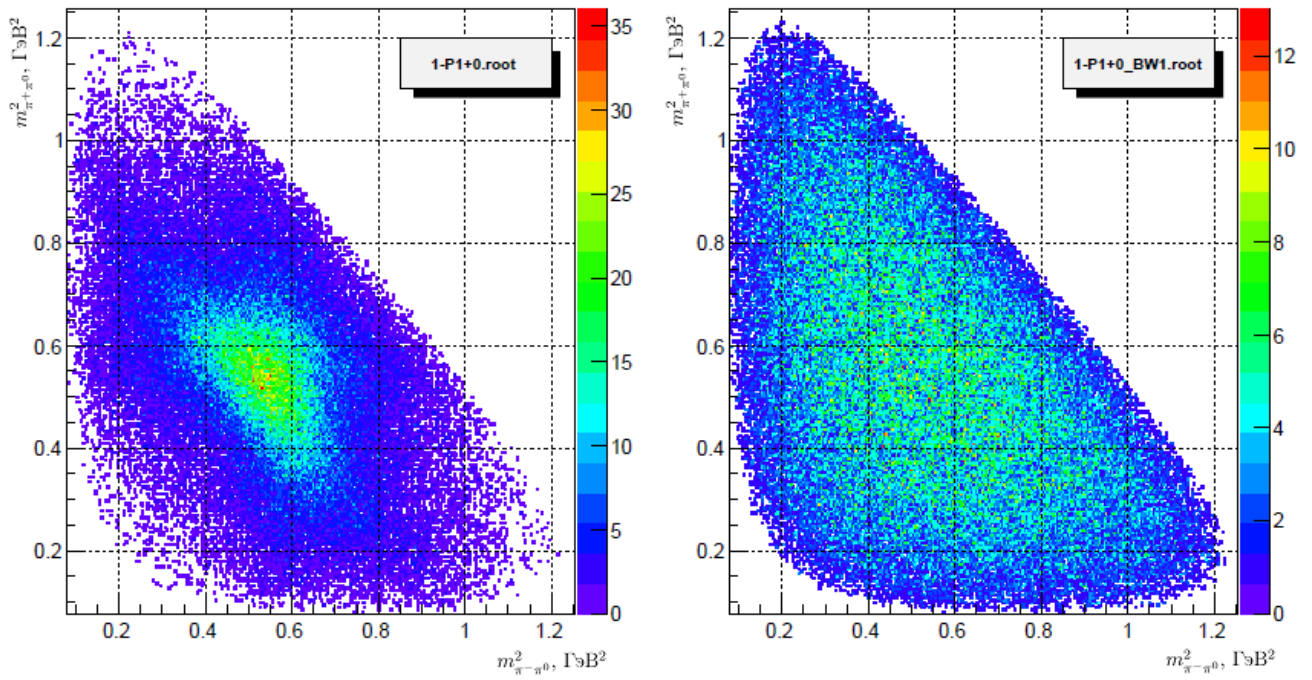


Рис. 5.6: Диаграмма Далица (моделирование волны 2+D0-1)

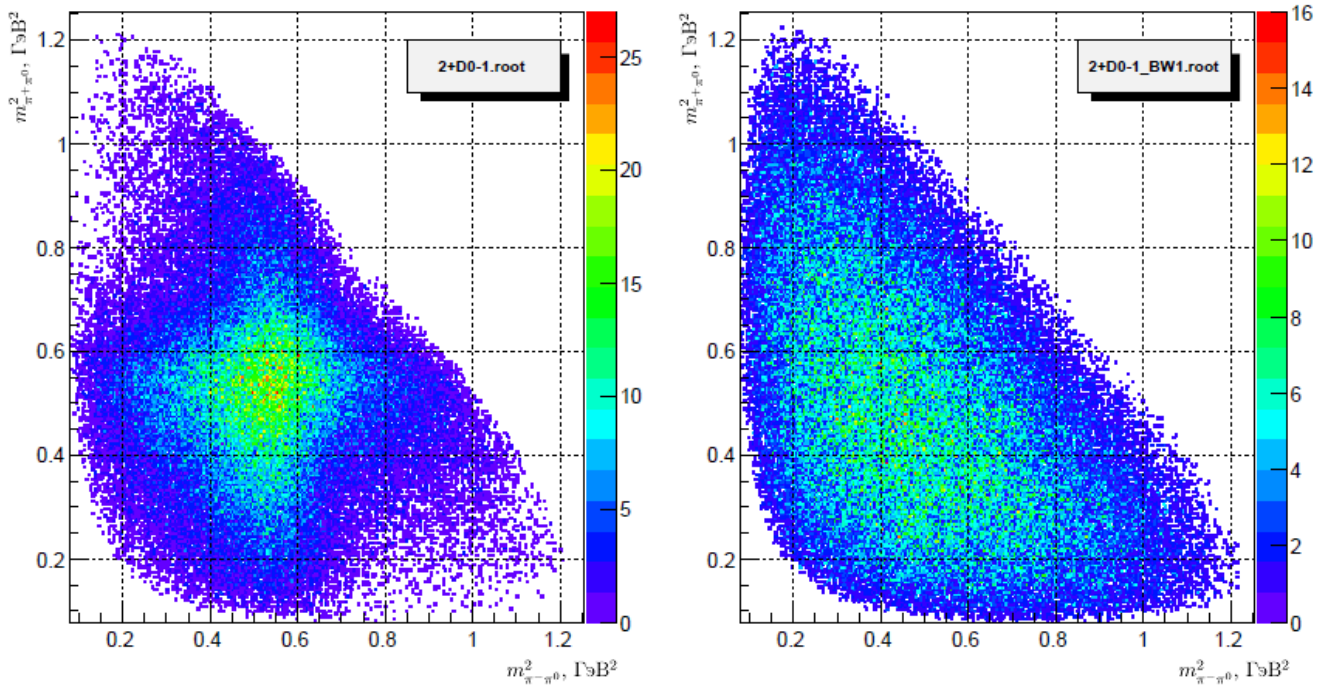
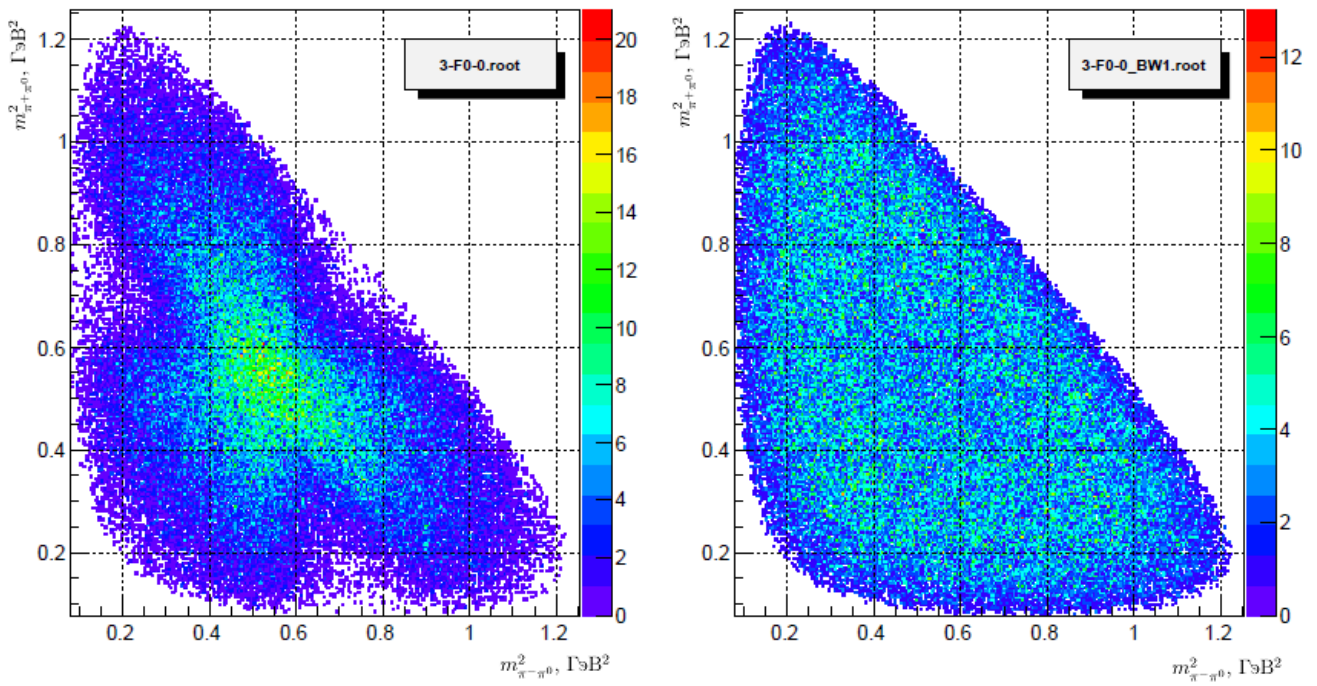


Рис. 5.7: Диаграмма Далица (моделирование волны 3-F0-0)



Глава 6

Вычисление характеристик резонансов

6.1 Учет разрешения установки

Известно, что при проведении любого эксперимента измеренное значение искомого параметра (в нашем случае инвариантной массы M_{123}) отличается от реального, причем измеренное распределение $f^{meas}(x)$ и истинное распределение $f^{real}(x)$ связаны друг с другом при помощи разрешающей функции установки $g^{res}(x; \vec{\lambda})$ (x – аргумент функции, $\vec{\lambda}$ – вектор параметров) следующим образом:

$$f^{meas}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^{real}(t) g^{res}(x - t; \vec{\lambda}). \quad (6.1)$$

Для большинства случаев наиболее общим видом разрешающей функции является распределение Гаусса:

$$g^{res}(t; \mu(x), \sigma(x)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x)} e^{-\frac{(t-\mu(x))^2}{2\sigma(x)^2}}$$

Из (6.1) видно следующее свойство: при $f^{real}(t) = \delta(t - x^*)$ мы получим

$$f^{meas}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x^*)} e^{-\frac{(x-x^*-\mu(x^*))^2}{2\sigma(x^*)^2}} = g(x - x^*; \vec{\lambda}(x^*)).$$

Таким образом, для нахождения функций $\mu(x^*)$ и $\sigma(x^*)$ достаточно сгенерировать события с $x^* = M_{123}$, пропустить их через модель установки для получения распределения $f^{meas}(x)$, а затем, произведя фитирование (предварительно задав семейство функций, среди которых ищутся $\mu(x^*)$ и $\sigma(x^*)$), получить $g^{res}(x - x^*; \vec{\lambda}(x^*))$. Это и было проделано для модели установки 44-го сеанса.

Было решено выбрать $\sigma(x) = a_0 + a_1 \cdot x$. Чтобы определиться с тем, какую функциональную зависимость использовать в $\mu(x)$, были проведены фиты для суммированных по M_{123} распределений. Оказалось, что $\mu(x)$ может быть представлена в виде $\mu(x) = a_2 + a_3(x + a_4)^{a_5}$.

Для двумерного фита получены следующие значения параметров:

$$\begin{aligned} a_0 &= (1.27 \pm 0.01) \cdot 10^{-3} \text{ GeV}/c^2, & a_1 &= (9.49 \pm 0.01) \cdot 10^{-3}, \\ a_2 &= (0.34 \pm 0.03) \text{ GeV}/c^2, & a_3 &= (-0.34 \pm 0.03) (\text{GeV}/c^2)^{1-a_5}, \\ a_4 &= (0.20 \pm 0.02) \text{ GeV}/c^2, & a_5 &= (0.011 \pm 0.001). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Разрешение установки можно с некоторой точностью описать суммой двух распределений Гаусса (так было сделано в [4]):

$$\begin{aligned} g^{res}(m) &= 0.87 \text{ GeV}/c^2 \cdot \text{gaus}(m; \mu = 0, \sigma = 0.001 \text{ GeV}/c^2) + \\ &+ 0.13 \text{ GeV}/c^2 \cdot \text{gaus}(m; \mu = 0, \sigma = 0.025 \text{ GeV}/c^2) \end{aligned} \quad (6.3)$$

Обе разрешающие функции были использованы при фитировании резонансов; по разнице результатов определена ошибка модели разрешающей установки (более подробно см. раздел 7.2).

6.2 Параметризация резонансов

Форма сигнала a_2 описывается выражением

$$A(m) = A_0 \frac{m_0^2 \Gamma_0 \Gamma_{\rho\pi}(m)}{(m_0^2 - m^2)^2 + m_0^2 \Gamma_{tot}^2(m)}, \quad (6.4)$$

где $\Gamma_{tot} = 0.145 \cdot \Gamma_{\eta\pi}(m) + 0.701 \cdot \Gamma_{\rho\pi}(m)$, а $\Gamma_{\eta\pi}(m)$ и $\Gamma_{\rho\pi}(m)$ задаются формулой (5.3). Отметим, что данное выражение не является полным в связи со значительной шириной $\Gamma_\rho = (149.1 \pm 0.8) \text{ МэВ}$.

Для формы сигнала ω_3

$$A(m) = A_0 \frac{m_0^2 \Gamma_0 \Gamma_{\rho\pi}(m)}{(m_0^2 - m^2)^2 + m_0^2 \Gamma_{\rho\pi}^2(m)},$$

где использованы те же обозначения, что и выше.

Формы «сигналов» a_4 и ω_5 заданы в соответствии с релятивистским распределением Брейта-Вигнера:

$$A(m) = \frac{k}{(m^2 - m_0^2)^2 + m_0^2 \Gamma^2}, \quad (6.5)$$

где $k = \frac{2\sqrt{2}m_0\Gamma\gamma}{\pi\sqrt{M^2+\gamma}}$ и $\gamma = \sqrt{m_0^2(m_0^2 + \Gamma^2)}$.

6.3 Процедура пересчета числа событий в сечении

Сечение σ реакции можно вычислить по следующей формуле

$$\sigma = \frac{\frac{dN_{react}}{dt}}{j_{beam} \cdot N_{target}},$$

где $\frac{dN_{react}}{dt}$ – количество реакций в единицу времени (поправленных на акцептанс установки), $j_{beam} = \frac{d^2N_{beam}}{dt dS} = \frac{1}{S_{target}} \frac{dN_{beam}}{dt}$ – поток пучковых частиц (S – площадь поперечного сечения всей мишени), N_{target} – число *элементарных* мишеней. Усредняя количество реакций в единицу времени и поток по времени сеанса

$$\frac{dN_{react}}{dt} \rightarrow \frac{1}{T_{run}} \int_0^{T_{run}} \frac{dN_{react}}{dt} dt$$

$$\frac{dN_{beam}}{dt} \rightarrow \frac{1}{T_{run}} \int_0^{T_{run}} \frac{dN_{beam}}{dt} dt,$$

получим выражение для вычисления сечения

$$\sigma = \frac{N_{react}}{N_{beam} N_{target} / S}.$$

Поскольку $N_{target} = N_N \cdot N_A \frac{\rho V}{\mu}$ (V – объём мишени, ρ и μ – плотность и молярная масса вещества мишени соответственно, $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$ 1/моль – число Авогадро, N_N – число элементарных мишеней в одном атоме вещества мишени), то

$$\sigma = \frac{N_{react}}{N_{beam}^{dl} \cdot N_N \cdot \frac{\rho l}{\mu} \cdot N_A},$$

где N_{beam}^{dl} – скорректированное число пучковых частиц (учитывает то, что частицы пучка проходят разную длину в мишени); l – полная длина мишени.

Параметры бериллиевой мишени, использованной в ходе сеансов, на основе которых проведен анализ:

$$\rho = 1.848 \text{ g/cm}^3, \quad \mu = 9.01 \text{ g/mol}, \quad l = 4 \text{ cm}.$$

Таким образом, имеем

$$\sigma = 2.02 \cdot \frac{N_{react}}{N_{beam}^{dl} \cdot N_N} \text{ b}.$$

Для реакции $\pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- N$ (данные 47 сеанса)

$$N_N = 9, \quad N_{beam}^{dl} = 1.55 \cdot 10^7, \quad N_{react}^{vis} = 1.58 \cdot 10^4, \quad \varepsilon_{acc} = 0.43,$$

поэтому, исходя из $N_{react}^{vis} = N_{react} \cdot \varepsilon_{acc}$, получим сечение по среднему выходу в триггере *BEAM*

$$\sigma(29 \text{ GeV } \pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- N) = 0.53 \text{ mb.}$$

В эксперименте наблюдается зависимость относительного выхода реакции от интенсивности пучка (увеличение интенсивности пучка приводит к уменьшению выхода реакции), причем зависимость становится существеннее с ростом числа заряженных частиц в конечном состоянии. По-видимому, этот эффект можно объяснить снижением эффективности трековых детекторов. В связи с наличием такой зависимости полученная оценка по среднему выходу является заниженной. Оценка по максимальному выходу даёт

$$\sigma(29 \text{ GeV } \pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- N) = 0.59 \text{ mb.}$$

Аналогично можно получить оценку для сечения реакции $\pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 N$ (также по данным 47 сеанса):

$$\sigma(29 \text{ GeV } \pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 N) = 0.35 \text{ mb.}$$

Также известно (из парциально-волнового анализа соответствующих систем), что за 4 сеанса (44, 45, 47 и 48) в триггере *MAIN* произошло $2.6 \cdot 10^8$ событий $\pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- N$ (восстановлено $1.3 \cdot 10^8$), а событий $\pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 N$ – $2.08 \cdot 10^8$ и $5.2 \cdot 10^7$ соответственно. Отсюда можем вычислить чувствительность эксперимента в триггере *MAIN* (в расчете на ядро):

$$\begin{aligned} &49 \text{ событий/нБн, 3 трека (по } \pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- N) \\ &66 \text{ событий/нБн, 1 трек (по } \pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 N) \end{aligned}$$

В исследуемой реакции имеется 2 трека. Исходя из полученных оценок для одотрековых и трёхтрековых реакций, примем, что чувствительность эксперимента в триггере *MAIN* (в расчете на ядро) для двухтрековых реакций составляет (58 ± 9) событий/нБн.

Глава 7

Результаты

7.1 Интенсивности волн

На рис. 7.1 и 7.2 приведены итоговые интенсивности волн, соответствующих различным $J^P I$ (указаны в заголовке гистограммы), в 4-х диапазонах по t' . На рис. 7.3–7.10 показаны суммы интенсивностей по t' . Отметим, что пик в волне ($J^P = 0^- I = 1$) соответствует η ($J^P = 0^- I = 0$). Это связано с тем, что распад $\eta \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0$ протекает с нарушением закона сохранения изоспина.

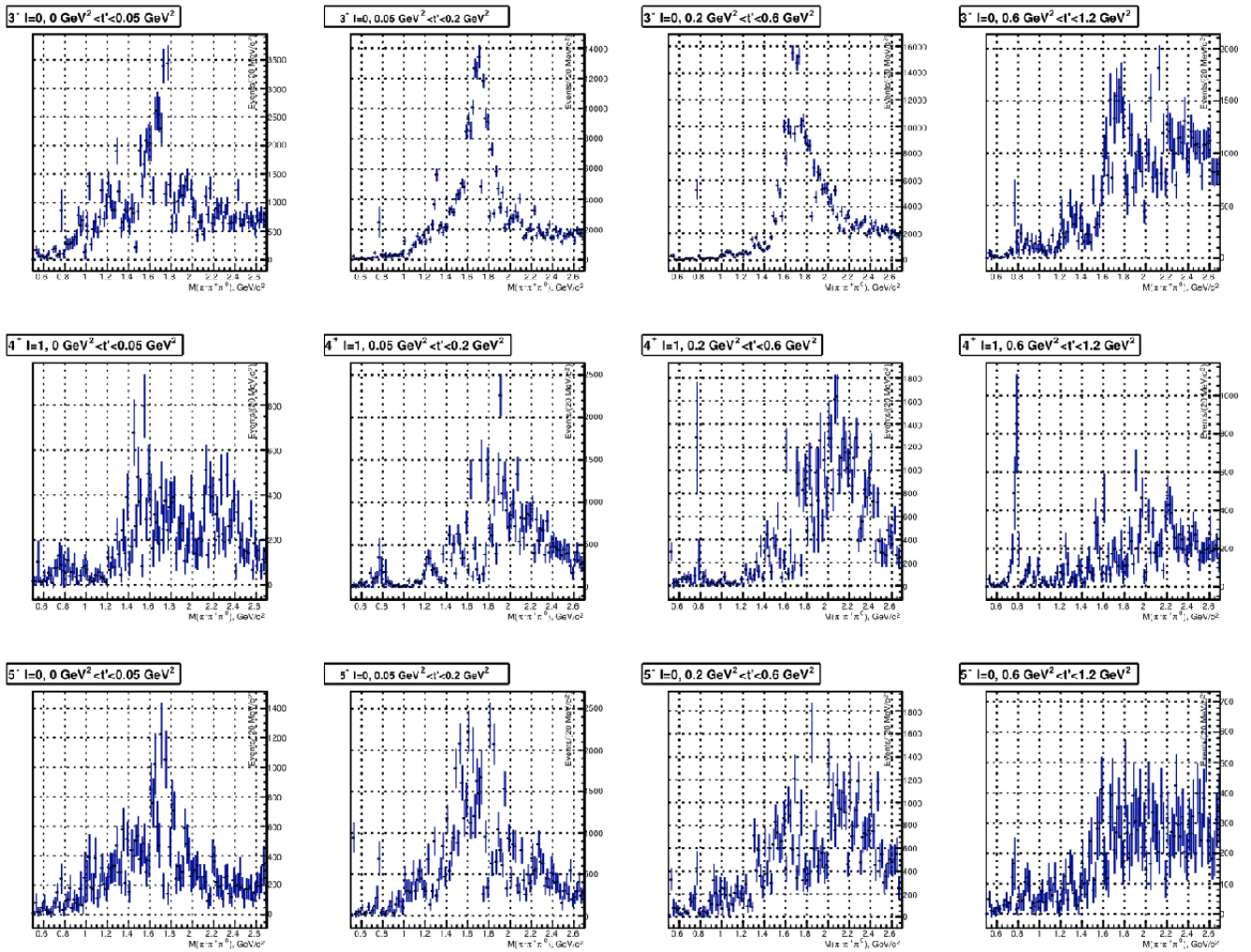


Рис. 7.1: Интенсивности волн в различных диапазонах по t'

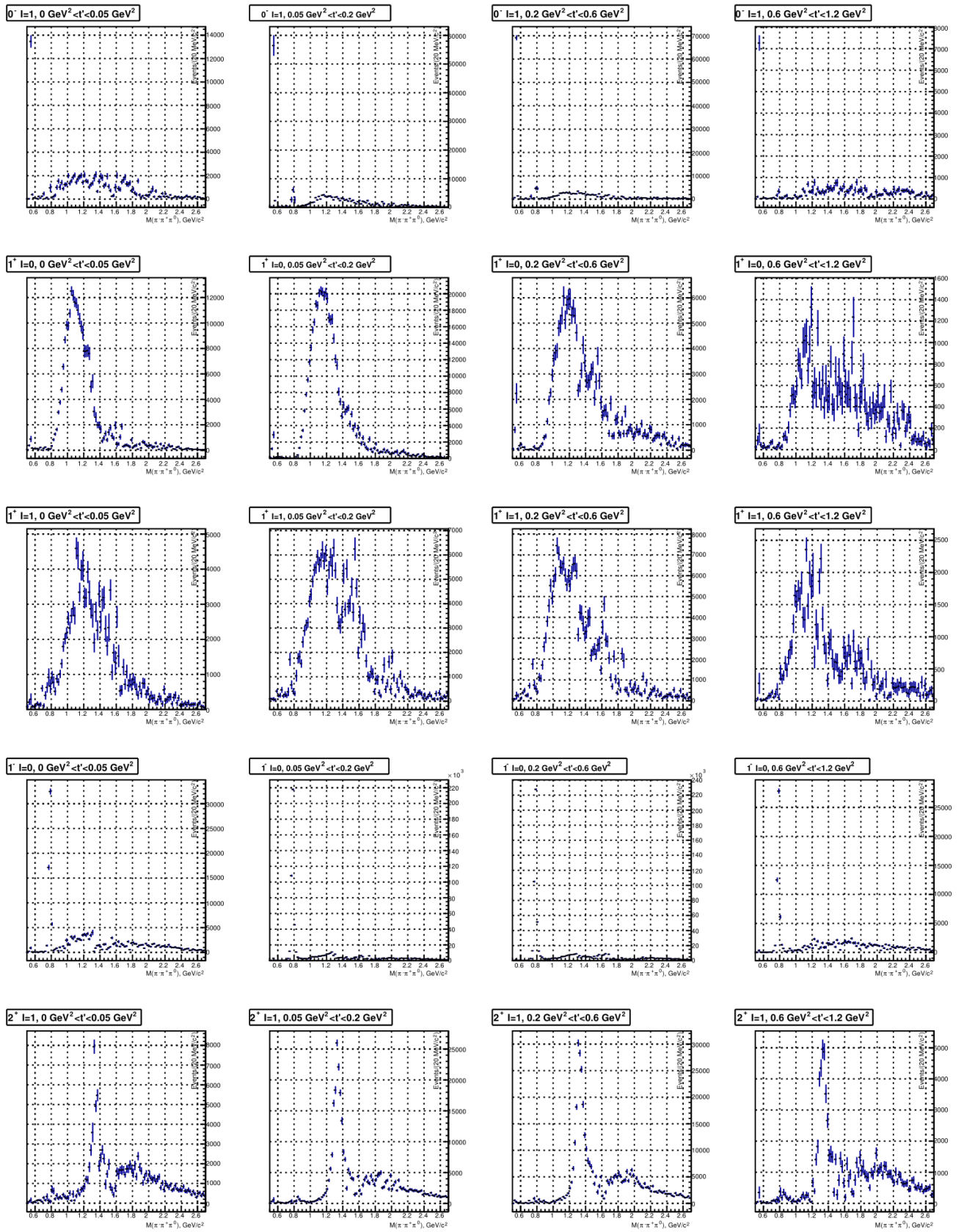


Рис. 7.2: Интенсивности волн в различных диапазонах по t'

0⁻ I=1, summed over t

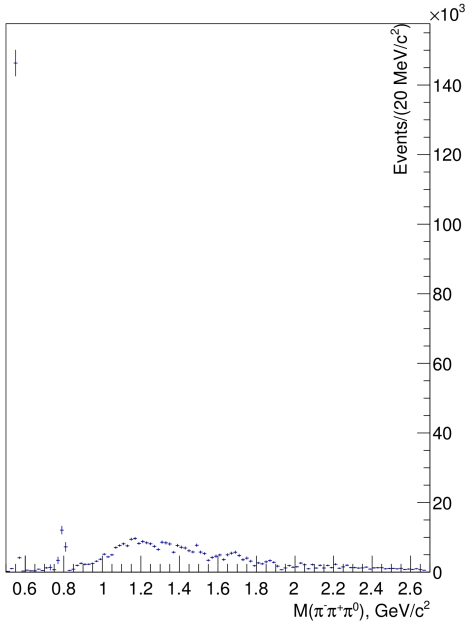


Рис. 7.3: Сумма волн по всем t' ($J^P = 0^- I = 1$)

1⁻ I=0, summed over t

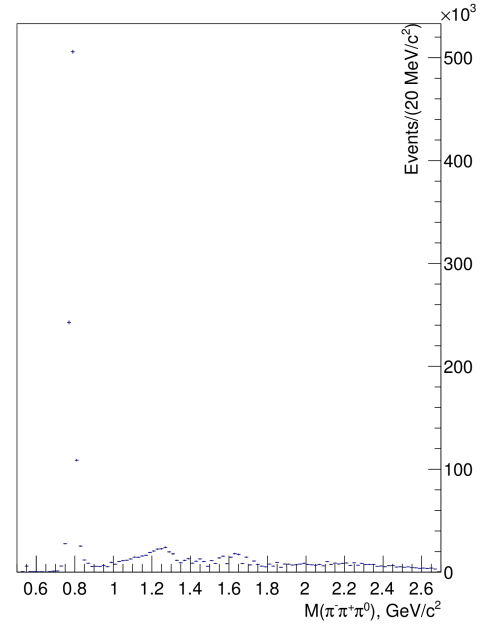


Рис. 7.4: Сумма волн по всем t' ($J^P = 1^- I = 0$)

1⁺ I=1, summed over t

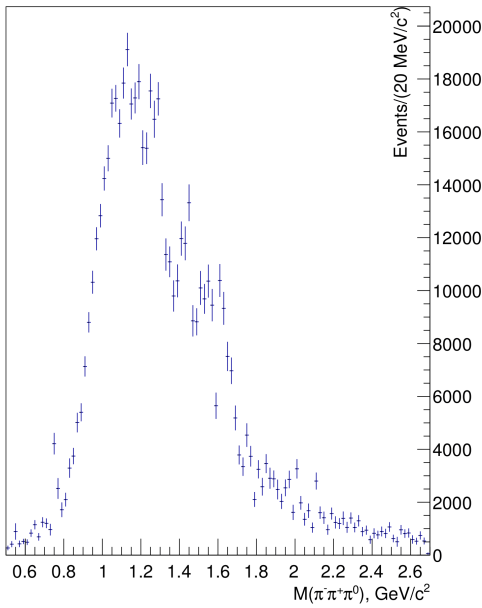


Рис. 7.5: Сумма волн по всем t' ($J^P = 1^+ I = 1$)

1⁺ I=0, summed over t

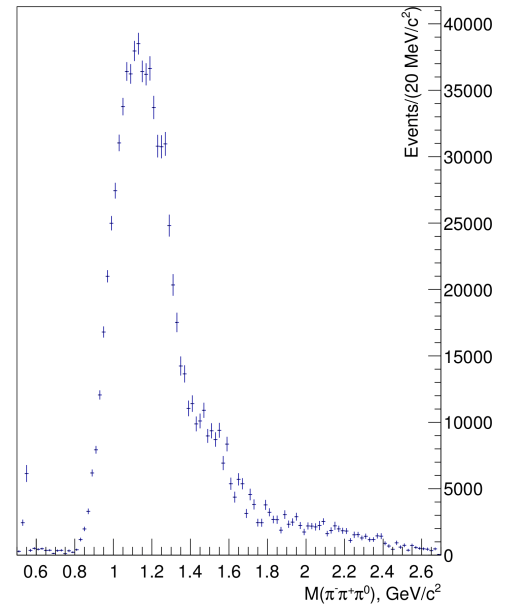


Рис. 7.6: Сумма волн по всем t' ($J^P = 1^+ I = 0$)

$2^+ I=1$, summed over t

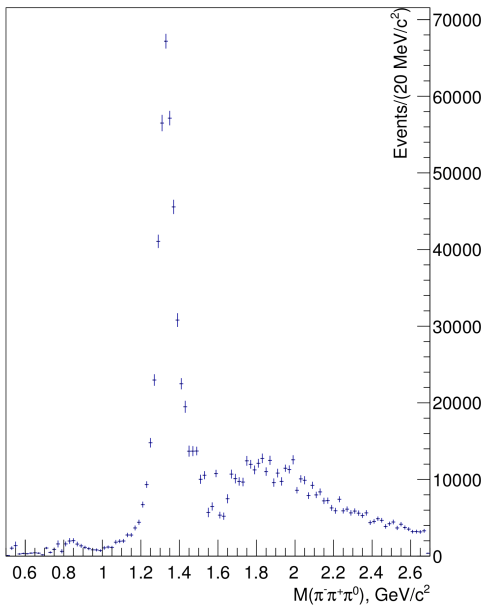


Рис. 7.7: Сумма волн по всем t' ($J^P = 2^+ I = 1$)

$3^- I=0$, summed over t

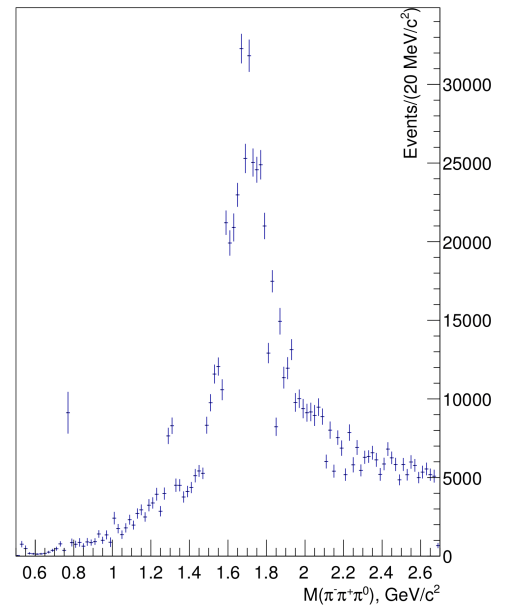


Рис. 7.8: Сумма волн по всем t' ($J^P = 3^- I = 0$)

$4^+ I=1$, summed over t

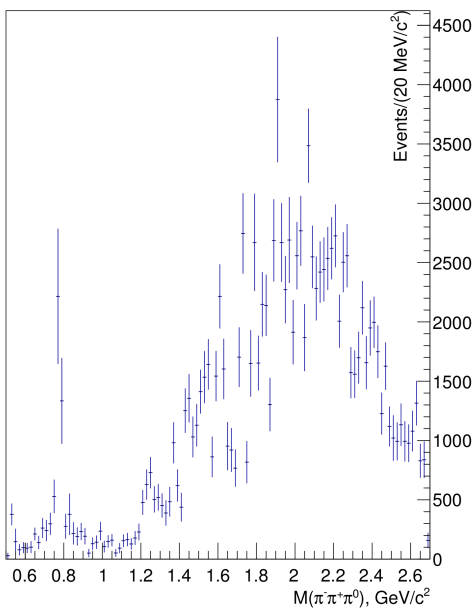


Рис. 7.9: Сумма волн по всем t' ($J^P = 4^+ I = 1$)

$5^- I=0$, summed over t

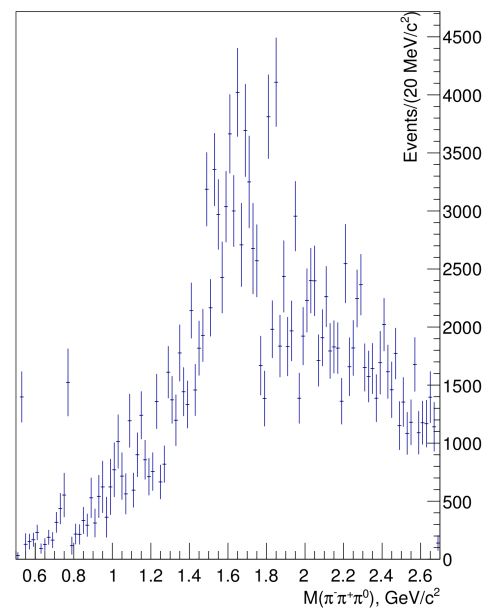


Рис. 7.10: Сумма волн по всем t' ($J^P = 5^- I = 0$)

7.2 Спектральные характеристики и сечения

Результаты, полученные в ходе фитирования ПВА распределений, представлены в таблице 7.1. Здесь N_{events}^* – количество событий, соответствующих сигналу, но *без учета поправки на эффективность экстра-хитов* (3.1). Форма резонансной кривой ω фитировалась функцией Гаусса. Поиск наилучшей кривой, описывающей «сигналы» a_4 и ω_5 , производился при помощи свертки разрешающей функции (в двух различных формах) с функцией (6.5), причем параметры M и Γ были зафиксированы ($M = 2250$ МэВ, $\Gamma = 320$ МэВ для ω_5 [3]; $M = 1980$ МэВ, $\Gamma = 300$ МэВ для a_4 [19]). В таблице не указаны ошибки модели разрешающей установки для η и ω , поскольку для них процедура unfolding-а не производилась. Также для η не указана ошибка модели фита, поскольку сигнал η наблюдается только в двух бинах (фитирование с фоном не производилось). Распределения, соответствующие фону, сигналу и их сумме показаны на рис. 7.11–7.18.

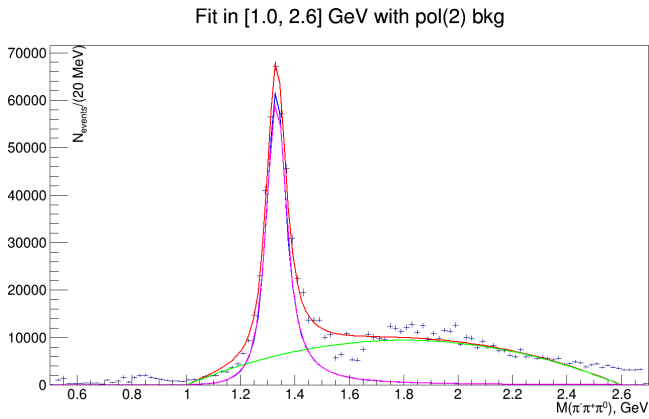


Рис. 7.11: Фит a_2 ; модель фона – полином 2-й степени; разрешение 6.2

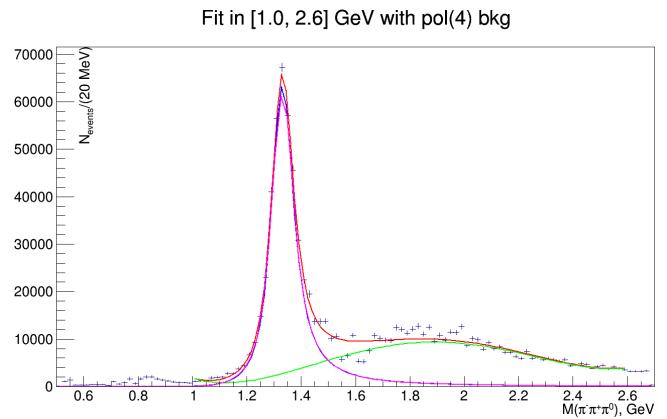


Рис. 7.12: Фит a_2 ; модель фона – полином 4-й степени; разрешение 6.2

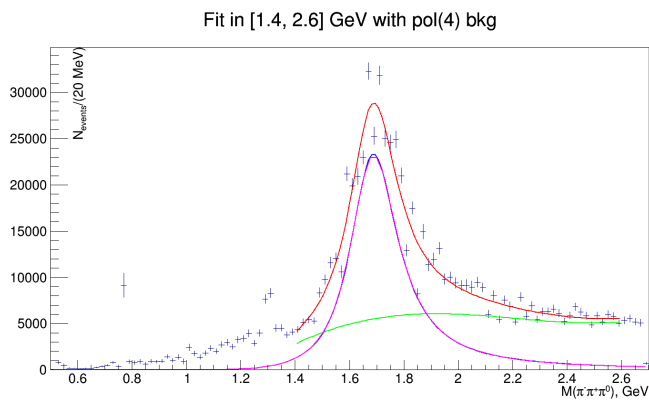


Рис. 7.13: Фит ω_3 ; разрешение (6.2); модель фона – полином 4-й степени

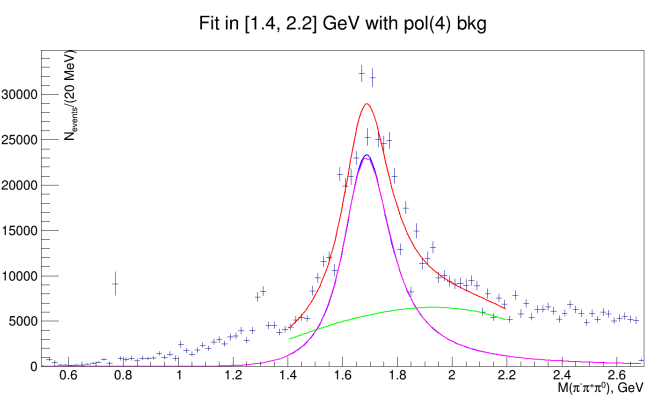


Рис. 7.14: Фит ω_3 ; разрешение (6.2); модель фона – полином 4-й степени

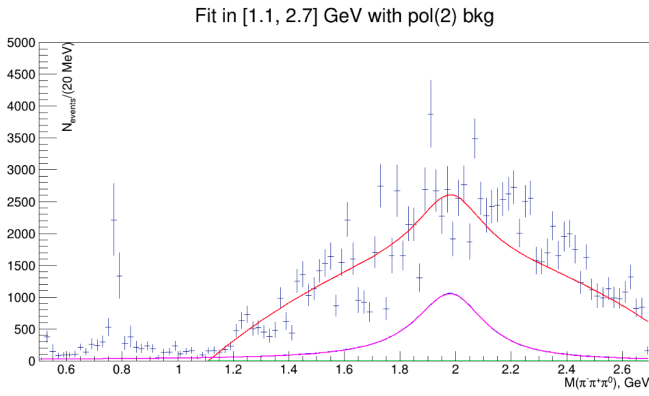


Рис. 7.15: Фит a_4 ; разрешение (6.2); модель фона – полином 2-й степени

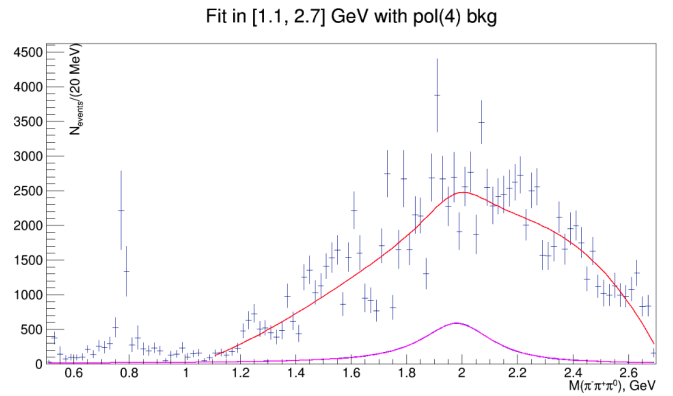


Рис. 7.16: Фит a_4 ; разрешение (6.2); модель фона – полином 4-й степени

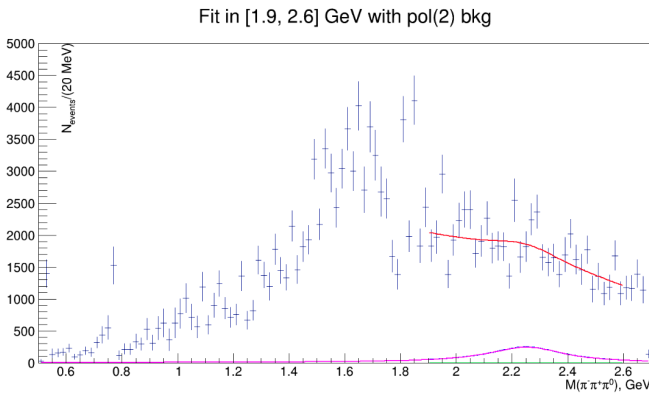


Рис. 7.17: Фит ω_5 ; разрешение (6.2); модель фона – полином 2-й степени

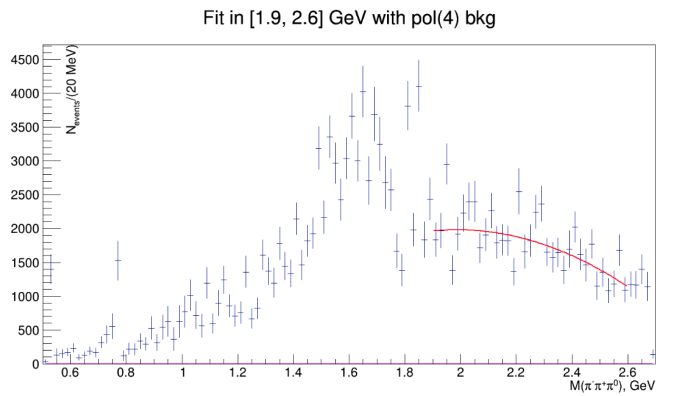


Рис. 7.18: Фит ω_5 ; разрешение (6.2); модель фона – полином 4-й степени

Для оценки систематической погрешности были учтены:

- Ошибка *модели фита*. Здесь мы включаем в это понятие 1) форму фона (полином некоторой степени) и 2) диапазон трехчастичной массы, в котором производится фитирование. Вычисляется как половина разброса по результатам, полученным для данной модели разрешающей функции (обе модели дают близкие результаты)
- Ошибка *модели разрешающей функции*. Как было сказано в разделе 6.1, учесть влияние разрешения установки на результат измерений можно при помощи так называемой разрешающей функции, которая может быть выбрана как в форме (6.3), так и в форме (6.2). В данном анализе ошибка выбора модели разрешающей функции вычисляется как максимум по всем моделям фита разностей между результатами, полученными для каждой модели фита

Таблица 7.1: Результаты анализа

Частица	Параметр	Значение	Ошибка фита (стат.)	Ошибка модели разрешающей функции	Ошибка модели фита (модель фона + диапазон)
η	N_{events}^* , тыс.	145	5	-	-
ω	N_{events}^* , тыс.	900	5	-	40
a_2	$m, MeV/c^2$	1333	0.5	1	2
	$\Gamma, MeV/c^2$	107	1	8	7
	N_{events}^* , тыс.	478	5	19	36
ω_3	$m, MeV/c^2$	1700	2	2	4
	$\Gamma, MeV/c^2$	218	13	8	37
	N_{events}^* , тыс.	371	26	9	96
a_4	N_{events}^* , тыс.	18	3	1	10
ω_5	N_{events}^* , тыс.	5.5	3.5	5.5	5.5

Поправляясь на (3.1), суммируя ($\sigma_{tot}^2 = \sigma_{fit}^2 + \sigma_{res}^2 + \sigma_{model}^2$, где σ_{fit} – ошибка фита, σ_{res} – ошибка модели разрешающей функции, σ_{model} – ошибка модели фита) ошибки модели фита и разрешающей функции, а также используя чувствительность установки, вычисленную в разделе 6.3, получим

$$N_{events}(\eta) = (181 \pm 7) \cdot 10^3, \quad \sigma(\eta) \cdot Br(\eta \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) = (3.1 \pm 0.5) \mu b$$

$$N_{events}(\omega) = (1111 \pm 50) \cdot 10^3, \quad \sigma(\omega) \cdot Br(\omega \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) = (19.2 \pm 3.1) \mu b$$

$$N_{events}(a_2) = (590 \pm 51) \cdot 10^3, \quad \sigma(a_2) \cdot Br(a_2 \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) = (10.2 \pm 1.8) \mu b$$

$$N_{events}(\omega_3) = (458 \pm 124) \cdot 10^3, \quad \sigma(\omega_3) \cdot Br(\omega_3 \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) = (7.9 \pm 2.4) \mu b$$

$$N_{events}(a_4) = (22 \pm 12) \cdot 10^3, \quad \sigma(a_4) \cdot Br(a_4 \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) = (0.38 \pm 0.22) \mu b$$

$$N_{events}(\omega_5) = (6.8 \pm 10.5) \cdot 10^3, \quad \sigma(\omega_5) \cdot Br(\omega_5 \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) = (0.12 \pm 0.19) \mu b$$

Пересчитывая на известные относительные вероятности соответствующих распадов, получим

$$\sigma(\eta) = (13.5 \pm 2.2) \mu b, \quad \sigma(\omega) = (21.6 \pm 3.5) \mu b, \quad \sigma(a_2) = (14.6 \pm 2.6) \mu b$$

Таким образом, для сечений рождения резонансов a_4 и ω_5 в данной реакции можно поставить следующие ограничения (по правилу 3σ ; при желании можно поставить ограничение на заданном CL):

$$\sigma(a_4) \cdot Br(a_4 \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) < 1.04 \mu b$$

$$\sigma(\omega_5) \cdot Br(\omega_5 \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) < 0.69 \mu b.$$

Глава 8

Обсуждение результатов

Для проверки измеренных физических величин обратимся к соответствующим источникам.

8.1 Спектральные характеристики

Из сводной таблицы результатов данной работы 7.1 имеем

$$\begin{aligned} m(a_2) &= (1333 \pm 2) \text{ MeV}, \quad \Gamma(a_2) = (107 \pm 11) \text{ MeV}; \\ m(\omega_3) &= (1700 \pm 5) \text{ MeV}, \quad \Gamma(\omega_3) = (218 \pm 40) \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (8.1)$$

Среди перечисленных параметров с литературными источниками ([20], в том числе [4]) согласуется значение $\Gamma(a_2)$. Для остальных параметров наблюдается существенное отличие от данных, указанных в [20]. Приведем некоторые соображения по поводу расхождений.

Масса a_2 получена в другом анализе экспериментальных данных установки *BES* ($a_2 \rightarrow \eta\pi$, см. [21]). В нём была использована та же форма для a_2 , что и в данной работе (см. (6.4)). По результатам фитирования (среднее по 5 сеансам):

$$m(a_2) = (1.3216 \pm 0.0003) \text{ GeV}.$$

Данное значение согласуется с [20]. Однако важно отметить следующее: каналы $a_2 \rightarrow \eta\pi$ и $a_2 \rightarrow \rho\pi$ принципиально отличаются в связи с существенной шириной ρ по сравнению с распадной частицей a_2 . Поэтому, как было уже упомянуто ранее, параметризацию типа (6.4) не совсем корректно применять для $a_2 \rightarrow \rho\pi$ – требуется учет дополнительных факторов. Таким образом, несогласование полученного значения массы a_2 с литературными данными может объясняться *некорректной параметризацией резонанса*.

Что касается параметров резонанса ω_3 , они приведены в [4]:

$$m(\omega_3) = (1665.3 \pm 5.2 \pm 4.5) \text{ MeV}, \quad \Gamma(\omega_3) = (149 \pm 19 \pm 7) \text{ MeV}.$$

Как можно видеть, масса не согласуется с результатом данного анализа, ширина согласуется в пределах 2σ . Увеличение статистики на порядок, а также

наличие других экспериментальных результатов, близких по значению массы ω_3 к (8.1)(см. [20]), позволяют высказать *сомнение по поводу корректности результата, полученного в [4]*.

8.2 Сечения

Согласно [22] сечение реакции $\pi N \rightarrow \omega N$ при импульсе пучка p свыше $3 \text{ GeV}/c$ можно вычислить по формуле

$$\sigma_T = A \left(\frac{p}{1 \text{ GeV}/c} \right)^{-n}, \quad (8.2)$$

где $A = (8.7 \pm 1.0) \text{ mb}$, $n = 2.41 \pm 0.06$.

При импульсе пучка $p = 29 \text{ GeV}/c$ получим

$$\sigma(29 \text{ GeV}/c \pi^- p \rightarrow \omega n) = (2.6 \pm 0.9) \mu b$$

В [23] приведена зависимость сечения реакции $\pi^- p \rightarrow \eta n$ от s :

$$\sigma(\pi^- p \rightarrow \eta n) \cdot Br(\eta \rightarrow \gamma\gamma) = (31 \pm 3) \left(\frac{s}{10 \text{ GeV}^2} \right)^{-1.53 \pm 0.03} \mu b. \quad (8.3)$$

При импульсе пучка $p = 29 \text{ GeV}/c$ получим

$$\sigma(29 \text{ GeV}/c \pi^- p \rightarrow \eta n) Br(\eta \rightarrow \gamma\gamma) = (2.3 \pm 0.4) \mu b,$$

и, исходя из $Br(\eta \rightarrow \gamma\gamma) = (39.41 \pm 0.20)\%$, имеем

$$\sigma(29 \text{ GeV}/c \pi^- p \rightarrow \eta n) = (5.8 \pm 1.0) \mu b.$$

Аналогичным образом сечения, полученные в работах [4], [24], [25] и [26] были пересчитаны на импульс пучка $p = 29 \text{ GeV}/c$ и сведены в таблицу 8.1. При пересчете использованы (8.3) и (8.2), а также использована зависимость $\sigma(a_2) \sim s^{-1.23}$.

Таблица 8.1: Литературные данные по сечениям рождения частиц η , ω , и a_2 в реакции $\pi^-(Targ) \rightarrow Xn$ при импульсе пучка $29 \text{ GeV}/c$

Источник	[24]		[25]				[22]	[23]	[26]	[4]
	p	^{12}C	p	3He	6Li	^{12}C	p	p	p	9Be
$\sigma(\eta), \mu b$	6.0 ± 0.2	19.3 ± 0.2	5.3 ± 1.8	9.4 ± 1.2	10.9 ± 1.2	14.7 ± 1.8		5.8 ± 1.0	6.4 ± 1.1	
$\sigma(\omega), \mu b$	4.9 ± 0.2	19.8 ± 0.2					2.6 ± 0.9			
$\sigma(a_2), \mu b$									4.0 ± 1.5	10.0 ± 1.1

Из измерений в [24] и [25] видно (см. таблицу 8.1), что при перезарядке на протонах вещества с зарядовым номером Z $\sigma(Target) \sim Z$ для He и $\sim Z^{2/3}$ для веществ с $A > 4$. Будем использовать последнюю зависимость для 9Be .

Результат пересчета сечений, представленных в 8.1, на ядро ${}^9\text{Be}$ – в таблице 8.2.

Таблица 8.2: Литературные данные по сечениям рождения частиц η , ω , и a_2 в реакции $\pi^-(Targ) \rightarrow Xn$ при импульсе пучка $29 \text{ GeV}/c$ в пересчете на ${}^9\text{Be}$

Источник	[24]		[25]				[22]	[23]	[26]	[4]
$\sigma(\eta), \mu b$	15.0 ± 0.5	14.7 ± 0.4	13.3 ± 4.5	11.8 ± 1.5	13.2 ± 1.4	11.2 ± 1.4		14.5 ± 2.5	16.0 ± 2.8	
$\sigma(\omega), \mu b$	12.3 ± 0.5	15.0 ± 0.2					6.5 ± 2.3			
$\sigma(a_2), \mu b$									10.0 ± 3.8	10.0 ± 1.1

Результаты указанных работ по измерению сечений образования η и a_2 (в исследуемой реакции) хорошо согласуются между собой. В то же время имеется существенный разброс результатов для сечения образования ω .

Сравним теперь 8.2 с полученными в данной работе сечениями (см. главу 7). Сечение $\sigma(\eta)$ согласуется с литературными данными; сечение $\sigma(a_2)$ не противоречит данным [4] и [26], хотя и несколько завышено.

Один из наиболее сильно отклоняющихся от литературы результатов – сечение $\sigma(\omega)$. Он не противоречит [24], но явно не согласуется с [22]. По сравнению со всеми приведенными литературными данными вычисленное сечение $\sigma(\omega)$ существенно завышено. Основная гипотеза, подтверждение которой сможет объяснить завышение сечения рождения ω – *неэффективное подавление фоновых событий* (событий с такими продуктами реакции, что при «потере» одного или нескольких продуктов реакция не будет отличима от исследуемой). Формулирование такой гипотезы связано с несколькими предпосылками.

Во-первых, как было упомянуто ранее, для борьбы с такими фонами был использован отбор по числу экстр-хитов в камерах *PCRED*. Однако в связи с тем, что отбор по экстр-хитам в Монте-Карло событиях моделируется некорректно, возникает некоторая неопределенность в учете влияния этого отбора на аксептанс установки и, как следствие, на сечения. Можно было бы предположить, что это влияние пренебрежимо. Но число отобранных событий (а, значит, и аксептанс установки) отличается в зависимости от наличия или отсутствия данного отбора примерно в 2 раза (если требовать отсутствие экстр-хитов во всех 8 камерах), что сразу же отвергает это предположение.

Во-вторых, для исследуемой реакции существует фоновая реакция $\pi^- N \rightarrow \omega \pi^- N$ (с последующим распадом $\omega \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0$), интенсивность которой на порядок выше интенсивности исследуемой реакции (на рис. 8.1 и 8.2 представлены распределения по соответствующим переменным для отобранных в соответствии с 3 событиями; отличие – другой отбор по топологии реакции, а также отсутствие отборов по экстр-хитам и N^* ; то же самое на рис. 8.3 и 8.4 для реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \gamma n$); в связи с этим «протечка» даже в 5% искажает сечение вдвое. Для учета влияния описанного явления на данный анализ необходимо сгенерировать события, соответствующие, например, распаду $b_1 \rightarrow \omega \pi^-$, потерять полученный по итогам реконструкции π^- , затем подвергнуть этот набор событий ПВА. Ожидается, что наибольшую амплитуду будут иметь волны с

($J^P = 1^- I = 0$), однако натуральность η и модуль проекции спина Λ потеряют физический смысл (в силу потери истинной плоскости распада после потери одного из продуктов), поэтому соотношения между интенсивностями волн с разными η и Λ могут (или даже должны) отличаться от соответствующих соотношений для истинной реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 n$.

Стоит также упомянуть, что в [4] указано на противоречие с [27] в отношении числа событий, соответствующих волнам с отрицательной натуральностью, к числу событий, соответствующих положительной натуральности. Это может (исходя из рассуждений выше) косвенно свидетельствовать о неправильности учета (либо вовсе об отсутствии учета) фоновых событий в работе [4].

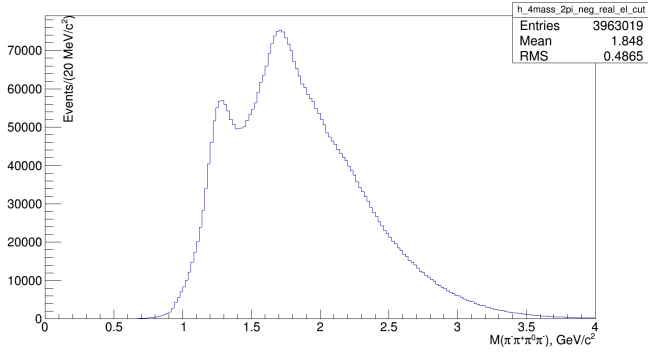


Рис. 8.1: Распределение по инвариантной массе $\pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^-$ для событий $\pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- N$ 44 сеанса

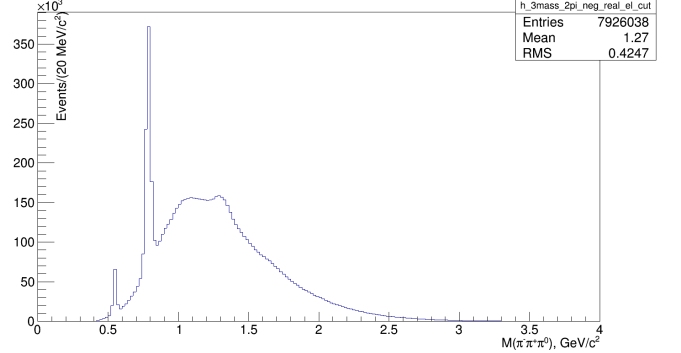


Рис. 8.2: Распределение по инвариантной массе $\pi^- \pi^+ \pi^0$ для событий $\pi^- N \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \pi^- N$ 44 сеанса

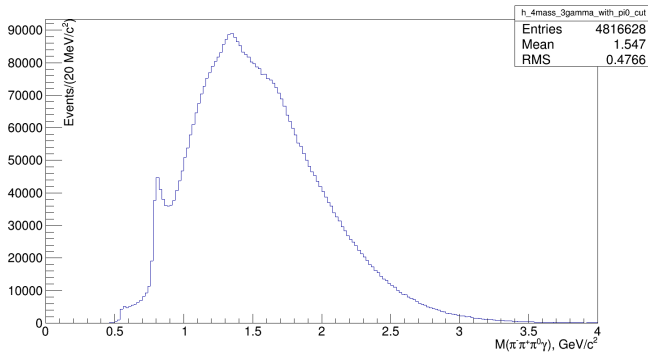


Рис. 8.3: Распределение по инвариантной массе $\pi^- \pi^+ \pi^0 \gamma$ для событий $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \gamma n$ 44 сеанса

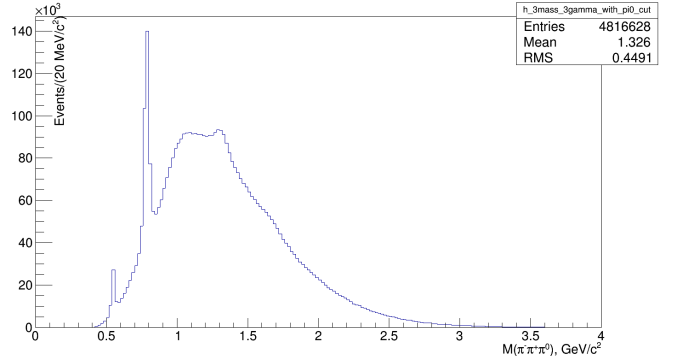


Рис. 8.4: Распределение по инвариантной массе $\pi^- \pi^+ \pi^0$ для событий $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 \gamma n$ 44 сеанса

Сечение образования ω_3 в исследуемой реакции, полученное в [4], в пересчете на импульс пучка $p = 29 \text{ GeV}/c$ (с учетом зависимости $\sigma(s) \sim \frac{1}{s}$ для ρ -обменной реакции), дает

$$\sigma(\omega_3) \cdot Br(\omega_3 \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0) = (2.17 \pm 0.32).$$

Результат не согласуется с полученным в анализе. Возможная причина та же, что указана в разделе 8.1 для объяснения различий в измеренных спектральных

характеристиках данного резонанса. Кроме этого, дополнительным возможным источником расхождения является пересчет на импульс пучка в соответствии с зависимостью $\sigma(s) \sim \frac{1}{s}$ (в связи с тем, что есть не ρ -обменные реакции).

8.3 Выводы и план дальнейших исследований

В ходе работы был проведен анализ реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 n$ на основе данных, полученных на установке *ВЕС*. Измерены спектральные характеристики резонансов a_2 и ω_3 , а также сечения рождения η , ω , a_2 и ω_3 в данной реакции. Поставлены ограничения на сечения образования в названной реакции высокоспиновых резонансов a_4 и ω_5 . Произведен анализ результатов, а также сформулированы гипотезы, позволяющие объяснить расхождения с некоторыми литературными источниками.

Ценность работы с практической точки зрения:

- получен генератор системы $\pi^- \pi^+ \pi^0$
- реализована возможность анализа и генерации волн, среди квантовых чисел которых присутствует изоспин ($I = 0$ и $I = 1$)
- сформулированы проблемы анализа системы $\pi^- \pi^+ \pi^0$, а также названы способы их устранения

В соответствии с вышесказанным в дальнейшем планируется произвести анализ системы с учетом влияния фоновых реакций (процедура учета фоновых реакций описана в разделе 8.2) и, тем самым, уточнить результаты, полученные в данной работе.

Глава 9

Приложение

9.1 Распределения физических переменных для всех сеансов

Ниже на рисунках представлены распределения физических переменных для всех сеансов, данные которых использовались в анализе.

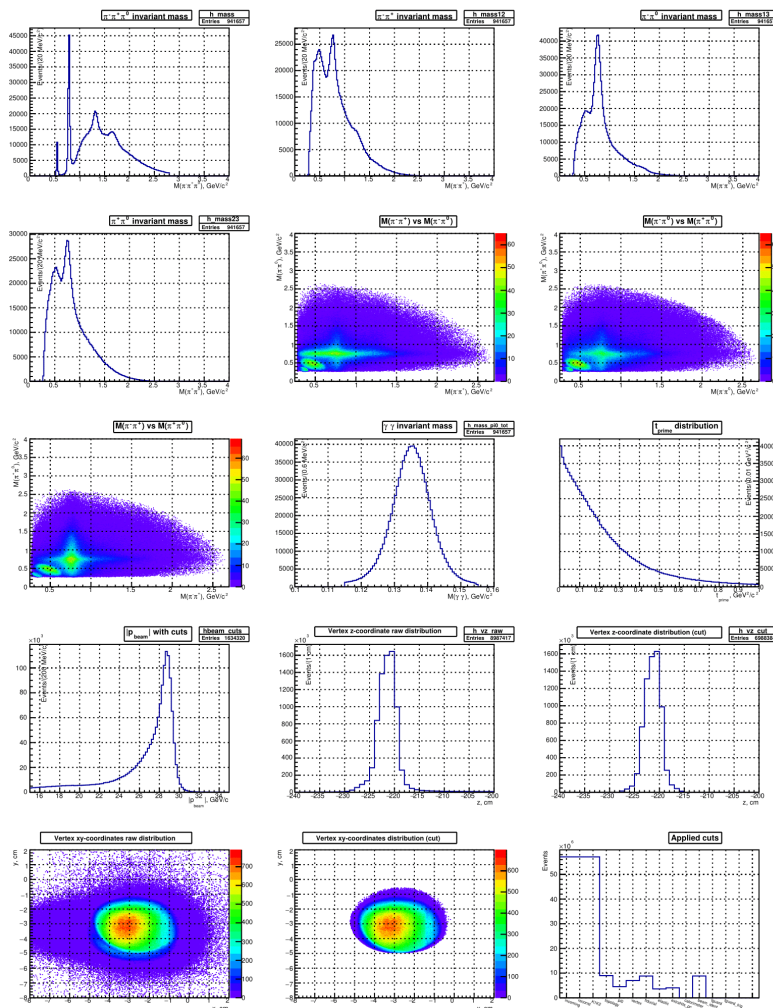


Рис. 9.1: Распределение по физическим переменным (44 сеанс)

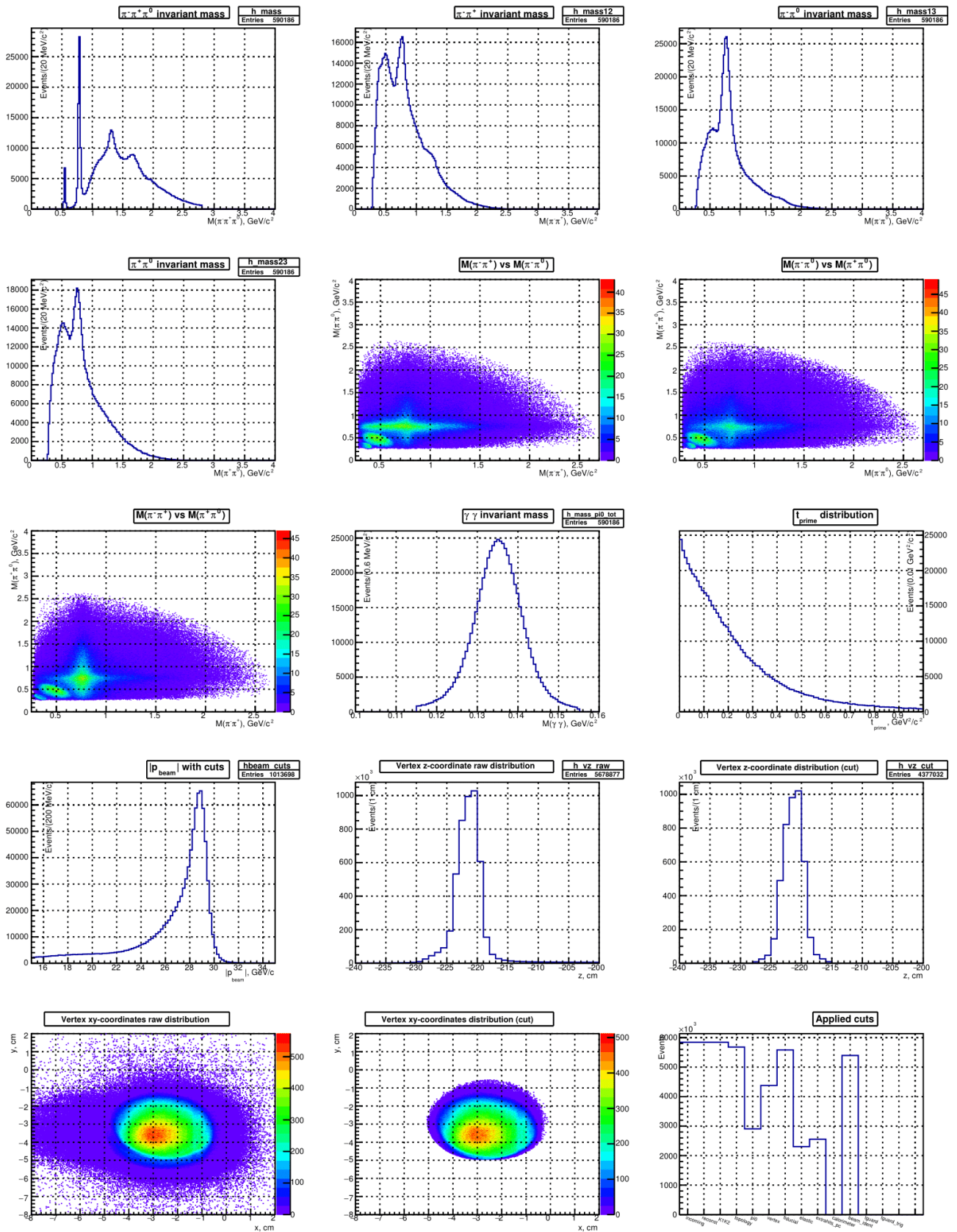


Рис. 9.2: Распределение по физическим переменным (45 сеанс)

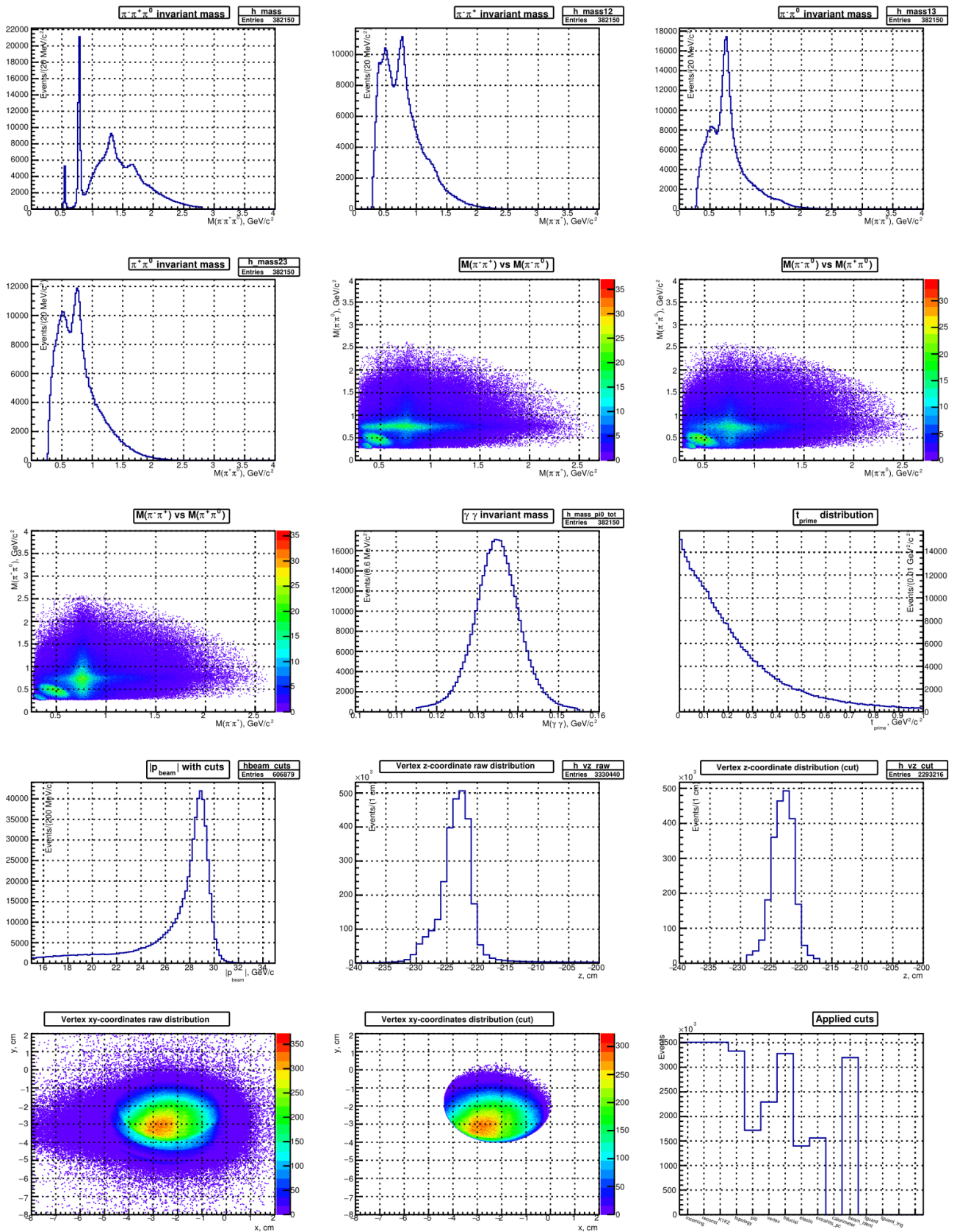


Рис. 9.3: Распределение по физическим переменным (47 сеанс)

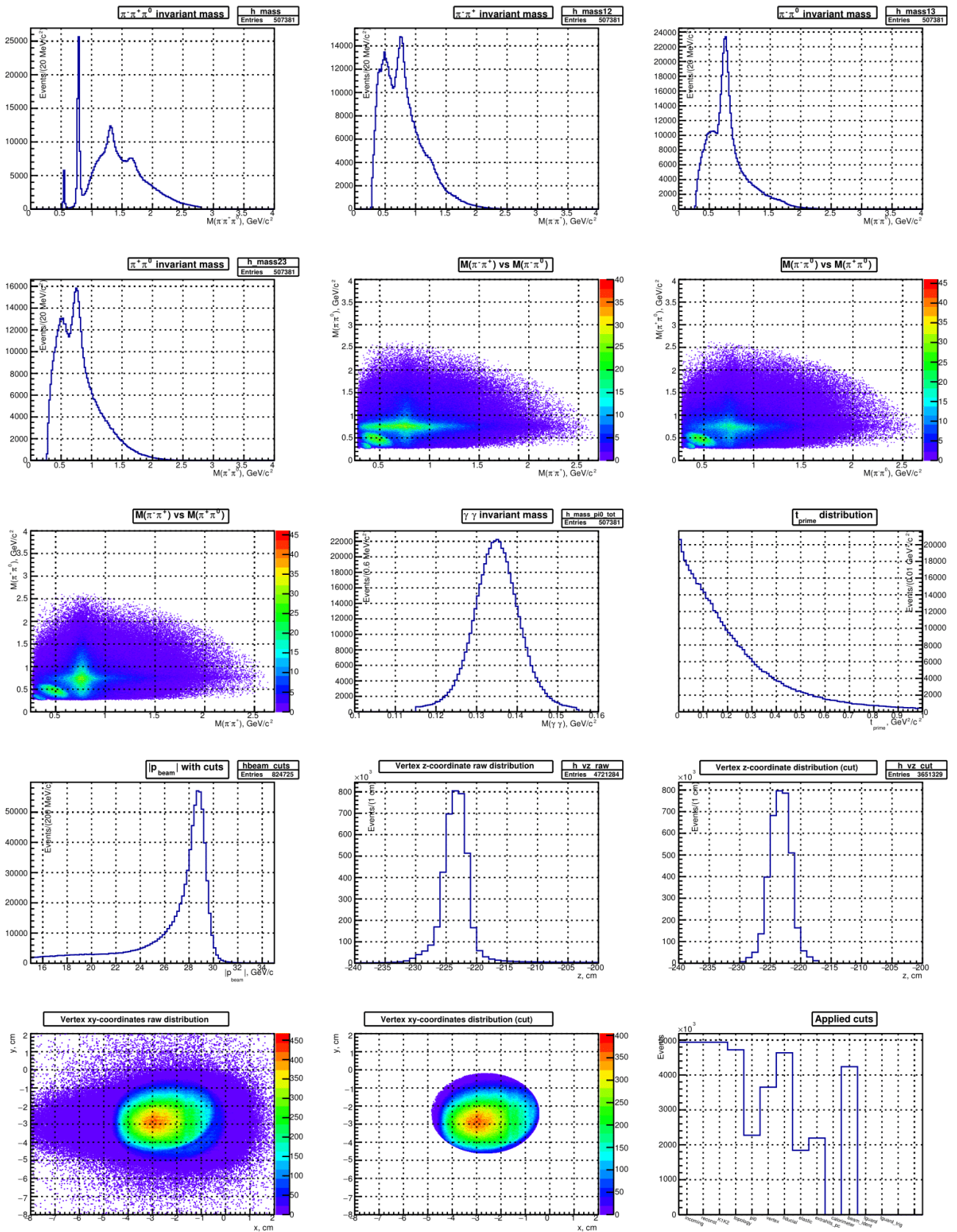


Рис. 9.4: Распределение по физическим переменным (48 сеанс)

9.2 Список волн, использованных в анализе

Таблица 9.1: Список волн (обозначения см. в разделе 5.1.1)

$J^P l \Lambda \eta(I, isobar)$	Порог по массе, ГэВ	$J^P l \Lambda \eta(I, isobar)$	Порог по массе, ГэВ
$0^- S0 + (1, \sigma)$	-	$2^+ D0 - (1, \rho(770))$	-
$0^- S0 + (1, f_0(980))$	1.1	$3^- F0 - (0, \rho(770))$	-
$1^- P1 + (0, \rho(770))$	-	$1^+ S1 - (1, \rho(770))$	-
$1^+ S0 + (0, \rho(770))$	-	$1^+ S1 - (0, \rho(770))$	-
$1^+ S0 + (1, \rho(770))$	-	$2^+ D1 - (1, \rho(770))$	-
$2^- S0 + (1, f_2(1270))$	1.3	$3^- F1 - (0, \rho(770))$	-
$2^+ D1 + (1, \rho(770))$	-	$3^- P0 - (0, \rho_3)$	-
$3^- F1 + (0, \rho(770))$	-	$3^- P1 - (0, \rho_3)$	-
$0^- P0 + (1, \rho(770))$	-	$5^- F0 - (0, \rho_3)$	1.7
$1^+ S1 + (0, \rho(770))$	-	$5^- F1 - (0, \rho_3)$	1.7
$1^+ S1 + (1, \rho(770))$	-	$1^- P0 - (0, \rho(770))$	-
$3^- P1 + (0, \rho_3)$	-	$1^- P1 - (0, \rho(770))$	-
$5^- F1 + (0, \rho_3)$	1.7	$5^- H0 - (0, \rho(770))$	-
$0^- P0 + (0, \rho(770))$	-	$5^- H1 - (0, \rho(770))$	-
$3^+ S0 + (1, \rho_3)$	-	$2^- P1 - (1, \rho(770))$	-
$4^+ G1 + (1, \rho(770))$	-		
$4^+ F1 + (1, f_2(1270))$	-		
$3^+ D0 + (1, \rho(770))$	-		
$3^+ P0 + (1, f_2(1270))$	-		
$3^+ F0 + (1, \sigma)$	-		
$5^- H1 + (0, \rho(770))$	-		
$2^- P0 + (1, \rho(770))$	-		
$2^- P1 + (1, \rho(770))$	-		

9.3 Проверка изменений, связанных с изотопией

Ниже показаны распределения, полученные при моделировании. Подписи те же, что и в разделе 5.2.3.

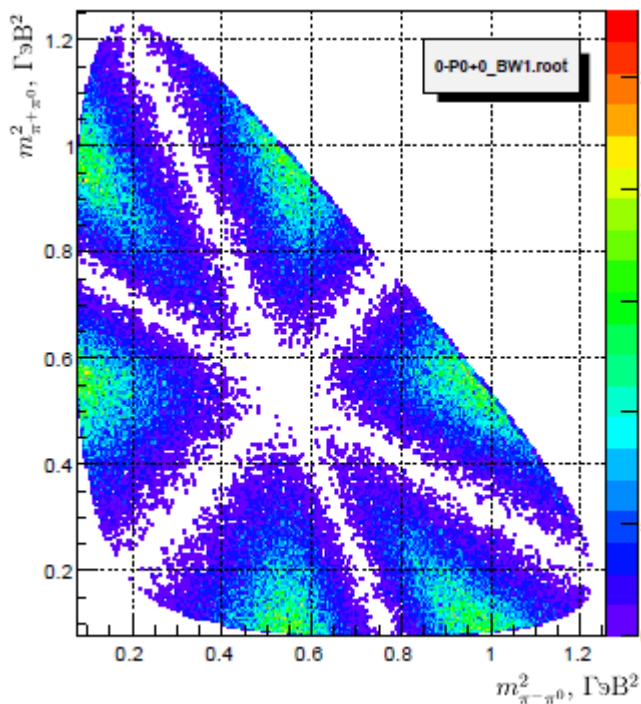


Рис. 9.5: Диаграмма Далица (моделирование волны 0-P0+0)

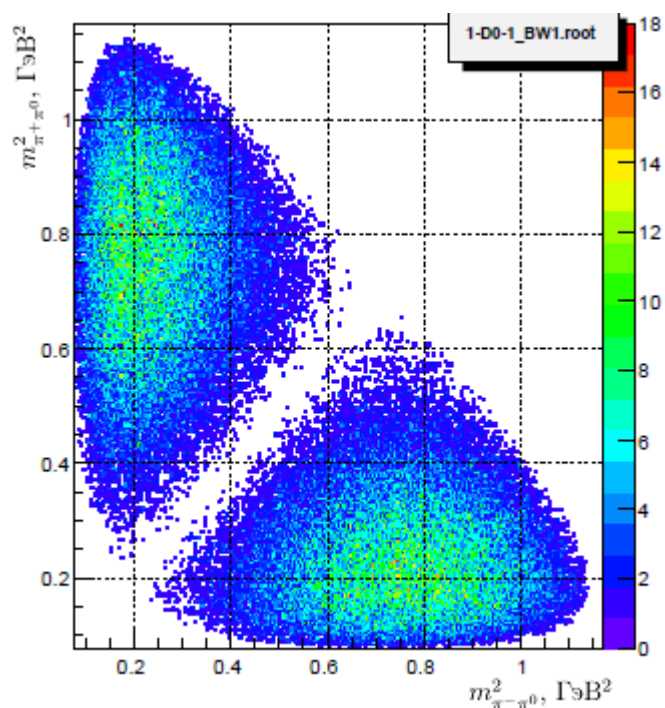


Рис. 9.6: Диаграмма Далица (моделирование волны 1-D0-1)

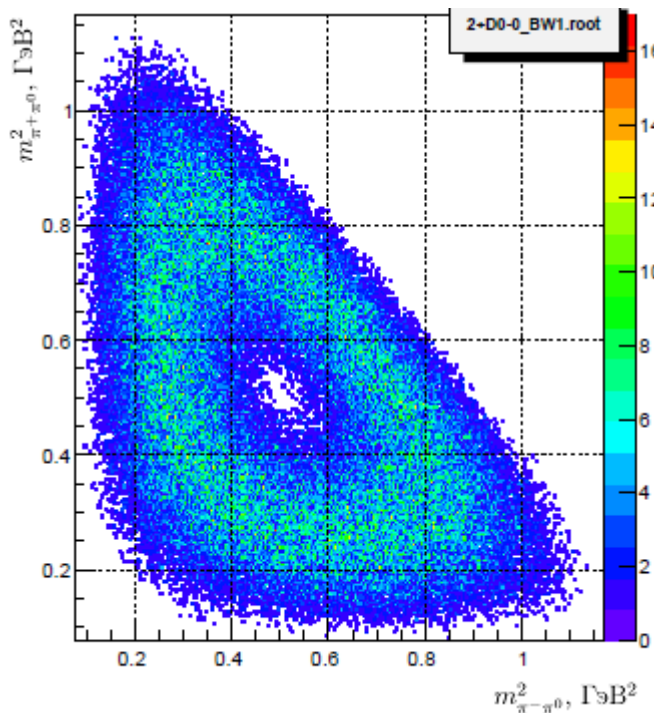


Рис. 9.7: Диаграмма Далица (моделирование волны 2+D0-0)

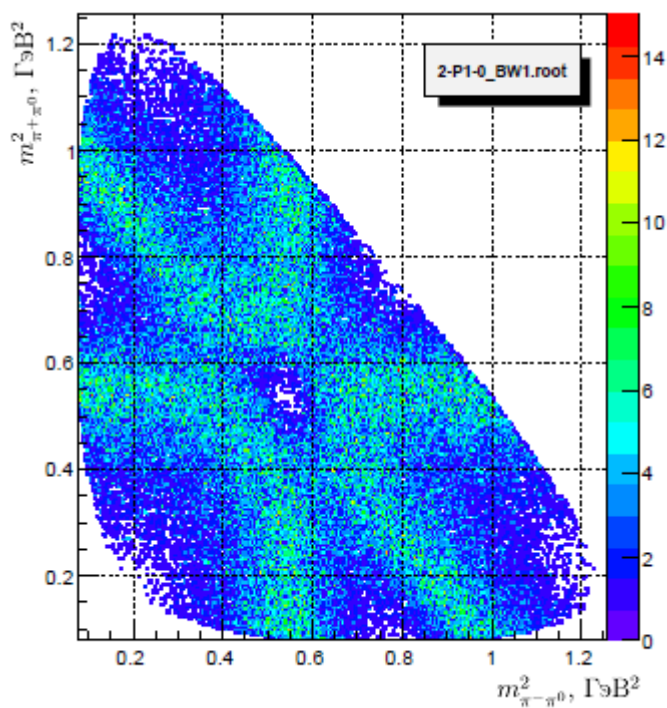


Рис. 9.8: Диаграмма Далица (моделирование волны 2-P1-0)

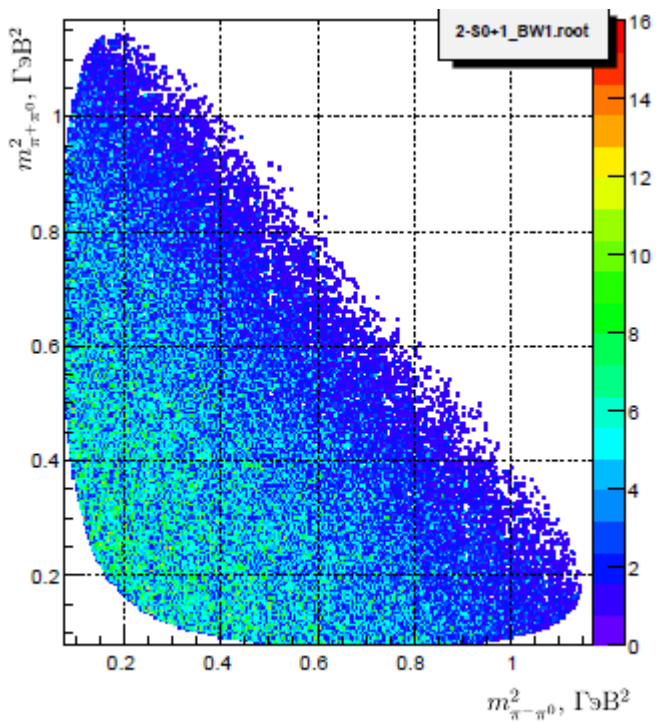


Рис. 9.9: Диаграмма Далица (моделирование волны 2-S0+1)

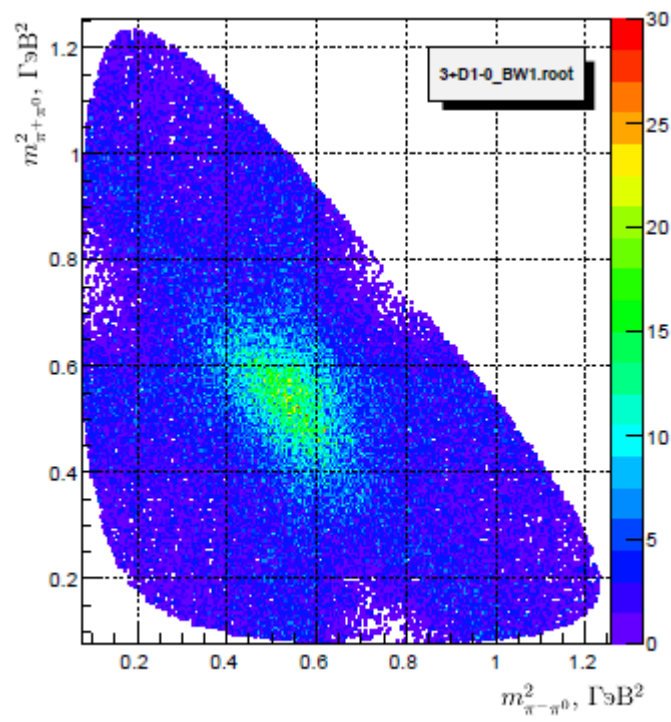


Рис. 9.10: Диаграмма Далица (моделирование волны 3+D1-0)

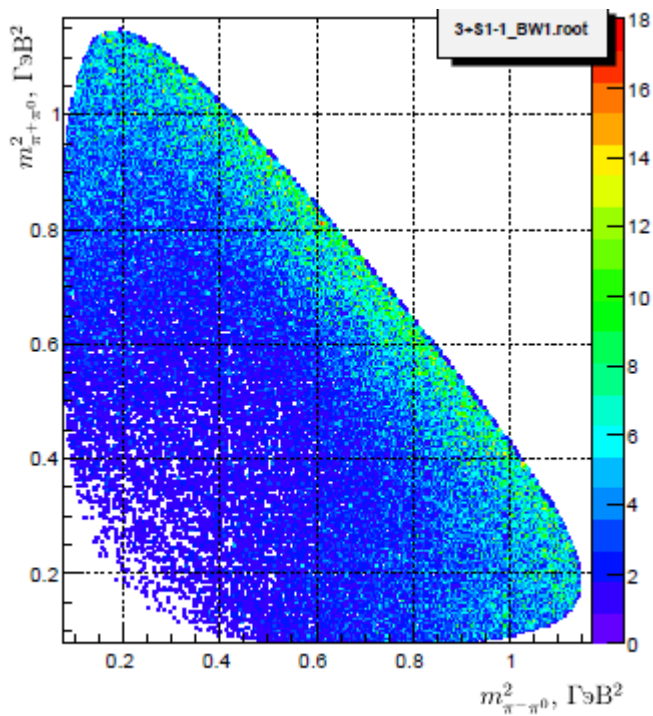


Рис. 9.11: Диаграмма Далица (моделирование волны 3+S1-1)

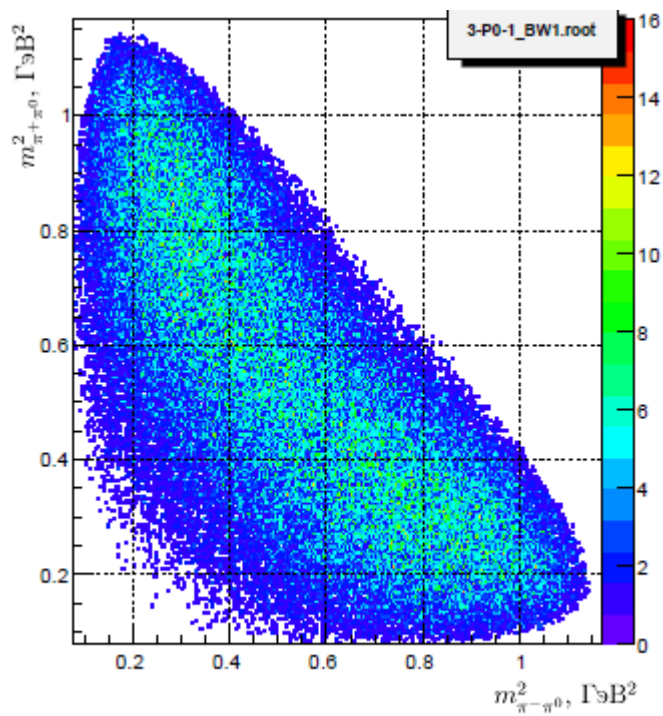


Рис. 9.12: Диаграмма Далица (моделирование волны 3-P0-1)

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Далиц Р. Странные частицы и сильные взаимодействия. 1964.
- [2] Нелипа Н.Ф. Введение в теорию сильновзаимодействующих элементарных частиц. Атомиздат, 1970.
- [3] Bugg D. Four sorts of mesons. 2004.
- [4] D.V. Amelin e. a. Partial-wave analysis of the reaction $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 n$ at $p_{\pi^-} = 36 \text{ GeV}/c$. Z. Phys. C 70, 71-75, 1996.
- [5] J. D. Hansen G. T. Jones G. O., Rudolph G. Formalism And Assumptions Involved In Partial Wave Analysis Of Three - Meson Systems. Nucl. Phys. B 81, 403, 1974.
- [6] Ивашин А. Предложение по формату DST для эксперимента ВЕС. ИФВЭ, 2011.
- [7] Ивашин А. Неассоциированные с треками хиты в пропкамерах. <http://pcbech.ihep.su/eelog/Analysis/113>.
- [8] Collaboration C. Resonance Production and $\pi\pi$ S -wave in $\pi^- + p \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ + p_{recoil}$ at $190 \text{ GeV}/c$. Phys. Rev. D 95, 032004, 2017.
- [9] Chung S.-U. Spin formalisms. CERN 71-8, 25, 1971.
- [10] Платонов И. Моделирование системы $K^+ K^- \pi^-$ с использованием техники ПВА. ИФВЭ, 2018.
- [11] K. Buchner e. a. Nucl. Phys., B34. 293, Appendix, 1971.
- [12] Blatt J. M., Weisskopf V. F. Theoretical nuclear physics. doi:10.1007/978-1-4612-9959-2.
- [13] Asner D. Charm Dalitz plot analysis formalism and results: Expanded RPP-2004 version. Phys.Lett.B592, 2003. 18 p.
- [14] Flatte S. M. On the Nature of 0^+ Mesons. Phys. Lett. 63B, 228, 1976.

- [15] K. L. Au D. M., Pennington M. R. Meson Dynamics Beyond the Quark Model: A Study of Final State Interactions. Phys. Rev. D 35, 1633, 1987.
- [16] Шумаков А. Парциально-волновой анализ системы 3-х бесспиновых частиц. ИФВЭ, 2015.
- [17] Johnson S. G. The NLOpt nonlinear-optimization package. <http://github.com/stevengj/nlopt>.
- [18] Zemach C. Three pion decays of unstable particles. Phys. Rev. 133, B1201, 1964.
- [19] Ryabchikov D. Meson spectroscopy at VES and COMPASS. <https://indico.inp.nsk.su/event/15/session/3/contribution/88/material/slides/0.pdf>, 2019.
- [20] et al. M. T. Particle Data Group. Phys. Rev. D 98, 030001, 2018.
- [21] Shumakov A. 194.190.163.136:8080/demo/213, 2019.
- [22] J.D. Dowell e. a. ω production in the reaction $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0n$ at 8 GeV/c and 12 GeV/c. DOI: 10.1016/0550-3213(76)90122-X: Nucl.Phys. B108 30-44, 1976.
- [23] W.D. Apel e. a. Reaction $\pi^-p \rightarrow \eta n$ in the 15 GeV/c to 40 GeV/c momentum range. DOI: 10.1016/0370-2693(79)90906-7: Phys.Lett. 83B 131, 1979.
- [24] V.D. Apokin e. a. Quasielastic Charge Exchange of Negative Pions on Carbon Into π^0 , η , $\eta'(958)$, $\omega(783)$ and $F_2(1270)$ mesons at 39.1 GeV/c. Sov.J.Nucl.Phys. 46 644, 1987.
- [25] O. Guisan P. Bonamy P. L. D. L. P. Study of $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$ and $\pi^-p \rightarrow \eta n$ reactions in nuclei at 7.82 GeV/c. DOI: 10.1016/0550-3213(71)90500-1: Nucl.Phys. B32 681-690, 1971.
- [26] W.D. Apel e. a. Analysis of the reaction $\pi^-p \rightarrow \pi^0\eta n$ at 40 GeV/c beam momentum. DOI: 10.1016/0550-3213(81)90334-5: Nucl.Phys. B193 269-286, 1981.
- [27] P. Hoyer R.G. Robertson D. R. Nucl.phys. B56 173, 1973.