

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Сапонова Павла Алексеевича
“Квантовые симметрии фундаментальных физических моделей”,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

В диссертации П.А. Сапонова проведен подробный и глубокий анализ квантовых матричных алгебр, которые являются математической основой теории интегрируемости. Особое внимание в диссертации уделено алгебре уравнения отражений, описывающее физические модели с границами. Это существенно расширяет область применимости полученных результатов к реальным физическим системам. Дело в том, что до настоящего времени применение интегрируемости к описанию физических процессов во многом было ограничено малоразмерными системами. Однако в области границы реальные трехмерные системы зачастую эффективно сводятся к одномерным, что позволяет исследовать их с помощью непертурбативных методов теории интегрируемости.

В то же время, следует признать, что учет граничных эффектов является крайне сложной технической задачей. Поэтому необходимо развивать новые методы исследования, основанные на общих закономерностях интегрируемых систем с границами. В частности, физические требования на оператор, описывающий отражение частиц от границы, приводит к уравнению отражений. Исследование алгебры уравнения отражений по сути является строгим математическим анализом проблемы о возможных типах границ, сохраняющих интегрируемость.

Изучение структуры квантовых матричных алгебр (в том числе, алгебры уравнения отражений) и их представлений также играет важную роль в некоммутативной геометрии. Интерес к развитию этого направления теоретической и математической физики во многом связан с ее применениями в теории струн, М-теории, и в частности, в теории D-бран, которые играют роль граничных условий для струн.

Все вышеперечисленное однозначно свидетельствует о высокой актуальности исследования, представленного в диссертации.

Диссертацию П.А. Сапонова можно условно разделить на две смысловые части. В первых двух главах проведено детальное исследование структурной теории квантовых матричных алгебр с R -матрицами $GL(m|n)$ типа. Автором диссертации доказано квантовое тождество Гамильтона-Кэли, обобщающее известное тожде-

ство классического матричного анализа на случай матрицы с некоммутативными элементами. С помощью аппарата квантовых функций Шура автор получает факторизованную форму тождества Гамильтона–Кэли, что, в свою очередь, дает возможность инвариантным образом ввести понятие спектра квантовой матрицы. В диссертации приводится полное решение проблемы определения структуры представления на тензорном произведении двух модулей и выводится явная формула для вычисления операторов, представляющих элементы алгебры уравнения отражений в тензорном произведении двух заданных модулей.

В последующих двух главах рассмотрены приложения алгебры уравнения отражений в некоммутативной геометрии. Среди основных результатов этой части диссертации следует особо отметить новый подход к квантованию полупростых орбит, который максимально приближен к схеме обычной алгебраической геометрии. Очень интересной является также рассмотренная автором конструкция инвариантных дифференциальных операторов, которая приводит к понятию квантового радиуса и радиальной части оператора Лапласа. Эти понятия позволяют обобщить на некоммутативное пространство некоторые модели теоретической и математической физики, такие как уравнения Шредингера в центральном поле, уравнения Клейна–Гордона и Максвелла для свободного поля.

Характеризуя диссертацию П.А. Сапонова в целом, следует сказать, что эта работа является существенным вкладом в развитие современной теоретической и математической физики. В ней получены результаты и развиты новые методы, позволяющие значительно расширить область применения аппарата квантовой интегрируемости к исследованию физических систем. Следует особо подчеркнуть математическую строгость полученных результатов, которые содержатся в 14 публикациях в реферируемых российских и зарубежных журналах высокого научного уровня, входящих список ВАК. Все результаты получены автором лично, либо при его решающем участии.

Единственным замечанием, которое я могу высказать по тексту диссертации, является то, что в ряде случаев автор бывает излишне краток. В частности, доказательства некоторых вспомогательных утверждений (см., например, Утверждение 65) даны не в тексте диссертации, а замены ссылками на работы автора. Я думаю, что ради замкнутости текста стоило бы привести эти доказательства хотя бы в приложениях, тем более что общий объем текста позволяет это сделать.

Впрочем, данное замечание не влияет на качество представленных результа-

тов и не снижают общий научный уровень диссертации. Автореферат диссертации адекватно и полно отражает ее содержание. Тема диссертации соответствует научной специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Считаю, что диссертационная работа Сапонова П.А. “Квантовые симметрии фундаментальных физических моделей” отвечает всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика, а её автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Славнов Никита Андреевич

Доктор физико-математических наук

(01.04.02-теоретическая физика)

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Ведущий научный сотрудник



Подпись Н. А. Славнова заверено
зам. директора МИАН
науч. работе
29.09.2015

